TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học: ....

CA 1

Câu 1. Tìm các số nguyên tố p sao cho $p+2, p+6, p+8, p+14$ là các số nguyên tố.

HD:

Xét 5 số: $p+2, p+4, p+6, p+8, p+10$. Trong 5 số này có duy nhất 1 số chia hết cho 5 nên $\left[\begin{array}{l} p+4 \vdots 5 \\ p+10 \vdots 5 \end{array}\right.$

- Nếu $p+4 \vdots 5 \Rightarrow p+14 \vdots 5 \Rightarrow p+14 \notin P$. Không thỏa mãn đề bài
- Nếu $p+10 \vdots 5 \Rightarrow p=5$. Thử lại p = 5 thỏa mãn đề bài

Câu 2. Tìm tất cả các số nguyên tố $a<b<c$ thỏa mãn: $abc<ab+bc+ca$

HD:

$$a<b<c \Rightarrow ab<ac<bc$$
$$\Rightarrow abc<ab+bc+ca<3bc \Rightarrow a<3 \Rightarrow a=2$$
$$\Rightarrow 2bc<2(b+c)+bc$$
$$\Rightarrow bc<2(b+c)<2.2c \Rightarrow b<4 \Rightarrow b=3$$
$$\Rightarrow 6c<2(3+c)+3c \Rightarrow c<6 \Rightarrow c=5$$

Câu 3. Tìm 4 số nguyên tố liên tiếp sao cho tổng của chúng cũng là một số nguyên tố.

HD:

Tổng của 4 số nguyên tố là một số nguyên tố nên tổng này phải là số lẻ. Do đó trong 4 số này số bé nhất phải bằng 2. Thử lại 4 số nguyên tố liên tiếp 2, 3, 5, 7 có tổng là 17 là số nguyên tố.

Câu 4. Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn: $7x^2-3y^2=1$

HD:

$$7x^2-3y^2=1 \Rightarrow 7x^2=3y^2+1$$

- Nếu x = 2 thì $\begin{array}{l} 7x^2=3y^2+1 \Rightarrow 28=3y^2+1 \\ \Rightarrow y=3 \end{array}$
- Nếu x lớn hơn 2 thì x lẻ do đó y chẵn hay y = 2. Khi đó $7x^2=3y^2+1 \Rightarrow 7x^2=13$, không thỏa mãn.

Vậy x = 2, y = 3

Câu 5. Tìm các số nguyên tố p, q, r thỏa mãn: $p^q+q^p=r$

HD:

Dễ thấy $r \geq 8$, hay r lẻ. Vậy p hoặc q phải chẵn. Giả sử q chẵn thì q = 2. Khi đó $2^p+p^2=r$

- Nếu $p>3$ thì p lẻ nên 2^p chia 3 dư 2, p không chia hết cho 3 nên p^2 chia 3 dư 1, khi đó $2^p+p^2=r$ chia hết cho 3, không thỏa mãn r là số nguyên tố
- Nếu $p=3$ thì $2^3+3^2=17\in P(thoaman)$

Vậy p = 3, q = 2, r = 17.

Vì các số trong dãy đều lớn hơn 3 nên suy ra 5 số chẵn liên tiếp đều là hợp số và trong 5 số lẻ liên tiếp tồn tại ít nhất một số chia hết cho 3 và số này cũng là hợp số.

Vậy $k=1$là giá trị cần tìm.

CA 2

Câu 1: Chứng minh rằng $2^{2022}-4$ chia hết cho 31.

HD:

$2^5=32\equiv 1(\bmod 31)\Rightarrow 2^{2020}=\left(2^5\right)^{404}\equiv 1(\bmod 31)$

$\Rightarrow 2^{2022}=2^{2020}.2^2\equiv 2^2(\bmod 31)$

$\Rightarrow 2^{2022}\equiv 4(\bmod 31)$

Hay $2^{2022}-4$ chia hết cho 31. (đpcm)

Câu 2: Chứng minh rằng $A=1+2+2^2+2^3+...+2^{2021}$ chia hết cho 3.

HD:

$A=1+2+2^2+2^3+...+2^{2021}=2^{2022}-1$

Do $2\equiv(-1)(\bmod 3)\Rightarrow 2^{2022}\equiv(-1)^{2022}\equiv 1(\bmod 3)$

$\Rightarrow A=2^{2022}-1\vdots 3$ (đpcm).

Câu 3: Chứng minh rằng $5^{2n-1}.2^{n+1}+2^{2n-1}.3^{n+1}\vdots 38\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$

HD:

$A=5^{2n-1}.2^{n+1}+2^{2n-1}.3^{n+1}\vdots 2(1)$

Mặt khác: $A=5^{2n-1}.2^{n+1}+2^{2n-1}.3^{n+1}=2^n\left(2.5^{2n-1}+2^{2n-10}.3^{n+1}\right)=2^n\left(25^{n-1}.10+6^{n-1}.9\right)$

Do $25\equiv 6(\bmod 19)\Rightarrow A\equiv 2^n\left(6^{n-1}.10+6^{n-1}.9\right)\equiv 2^n.6^{n-1}.19\equiv 0(\bmod 19)$

Hay $A\vdots 19(2)$

Từ $(1)(2)$ và $(2,19)=1$, ta có được $A\vdots 38$ (đpcm).