TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học: ....

ĐẠI SỐ

Câu 1. Giải phương trình: $x^2-2x=2\sqrt{2x-1}$

HD:

Điều kiện : $x\ge\frac{1}{2}$

Đặt $\sqrt{2x-1}=y-1\left(y\ge1\right)\Rightarrow y^2-2x-2y+2=0$.

Khi đó phương trình trở thành hệ :

$$\begin{cases}x^2-2y-2x+2=0\\ y^2-2x-2y+2=0\end{cases}\Rightarrow(x-y)(x+y)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-y=0\\ x+y=0(L)\end{array}\right.$$

Với $x=y\Rightarrow\sqrt{2x-1}=x-1\Rightarrow x^2-4x+2=0\Leftrightarrow x=2+\sqrt{2}$

Câu 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x-\frac{1}{x}=y-\frac{1}{y} & (1)\\ 2x^2-xy-1=0 & (2)\end{cases}$

HD:

ĐK: $xy\ne0$. (1) $\Leftrightarrow x-y-\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=0\Leftrightarrow x-y+\frac{x-y}{xy}=0\Leftrightarrow(x-y)\left(1+\frac{1}{xy}\right)=0$

TH1: $x=y$ thế vào (2) ta có: $2x^2-x^2-1=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Hệ có nghiệm (x; y) là (1; 1) hoặc (-1; -1)

TH2: $1+\frac{1}{xy}=0\Leftrightarrow xy=-1$ thế vào (2) ta có: $2x^2-(-1)+1=0\Leftrightarrow2x^2=0$ (loại)

Kết luận: Hệ có nghiệm (-1; -1)

Câu 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x^2+3}+2\sqrt{x}=3+\sqrt{y}\\ \sqrt{y^2+3}+2\sqrt{y}=3+\sqrt{x}\end{cases}$ *(1 ; 1)*

HD:

Điều kiện : $x,y\ge0$

Xét hiệu và liên hợp ta có $(x-y)\left(\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2+3}+\sqrt{y^2+3}}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)=0 \Leftrightarrow x=y$

Thay $x=y$ ta được :

$\sqrt{x^2+3}+2\sqrt{x}=3+\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x^2+3}+\sqrt{x}=3$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}+2}+\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}=0 \left[\begin{array}{l} x=1 \\ \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}=0 (L) \end{array}\right.$$

$\Rightarrow x=y=1$

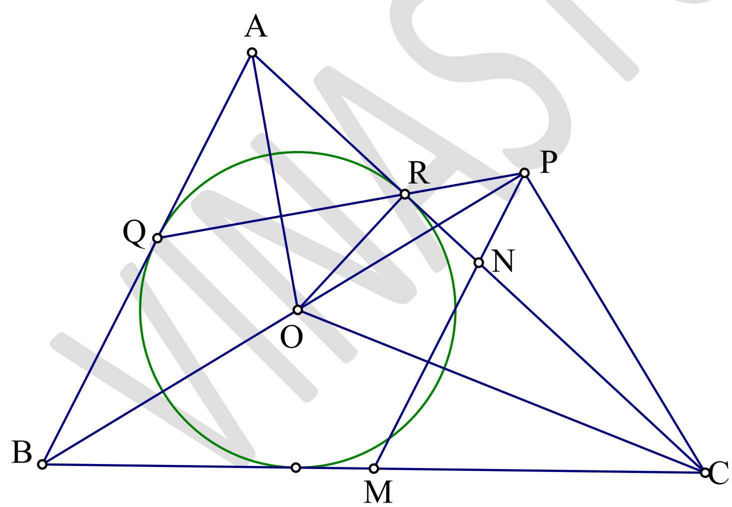
HÌNH HỌC

Câu 6. Cho tam giác ABC ngoại tiếp (O) . Gọi Q,R là tiếp điểm của (O) với AB,AC . Gọi M,N lần lượt là trung điểm của BC,CA . Đường thẳng BO cắt MN tại P .

a) Chứng minh $ORPC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ba điểm P,Q,R thẳng hàng.

HD:



a). Ta cần dùng các góc để tận dụng điều kiện AR,AQ là các tiếp tuyến của (O)

Thật vậy: $\widehat{ORC}=90^0$, vì vậy ta cần chứng minh $\widehat{OPC}=90^0$.

Mặt khác do NM là đường trung bình của tam giác ABC nên $\widehat{ABP}=\widehat{BPM}$ nhưng $\widehat{ABP}=\widehat{PBM}$ (Tính chất phân giác trong)

Từ đó suy ra ΔBMP cân tại $M \Rightarrow MB=MP=MC \Leftrightarrow \Delta BPC$ vuông tại $P \Rightarrow \widehat{ORC}=\widehat{OPC}=90^0$ hay $ORPC$ là tứ giác nội tiếp.

b). Để chứng minh P, Q, R thẳng hàng ta chứng minh: $\widehat{PRC}+\widehat{CRQ}=180^0$.

Thật vậy ta có: $\widehat{PRC}=\widehat{POC}$ mà $\widehat{POC}=\widehat{OBC}+\widehat{OCB}=\dfrac{\widehat{B}+\widehat{C}}{2}$,

$\widehat{CRQ}=180^0-\widehat{ARQ}=180^0-\left(\dfrac{180^0-\widehat{A}}{2}\right)=90^0+\dfrac{\widehat{A}}{2}$ suy ra $\widehat{PRC}+\widehat{CRQ}=\dfrac{\widehat{B}+\widehat{C}}{2}+90^0+\dfrac{\widehat{A}}{2}=180^0$

(Đpcm)