

TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:..... Ngày học:.....

CA 1

Câu 12: Thể tích khối cầu bán kính 3 cm bằng

- A.** 36π (cm³). **B.** 108π (cm³). **C.** 9π (cm³). **D.** 54π (cm³).

HD:

Thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi$ (cm³).

Câu 13: Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2$ (cm²). Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

- A.** $\frac{4\pi a^3}{3}$ (cm³). **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$ (cm³). **C.** $\frac{64\pi a^3}{3}$ (cm³). **D.** $\frac{16\pi a^3}{3}$ (cm³).

HD:

Gọi mặt cầu có bán kính R . Theo đề ta có $4\pi R^2 = 4\pi a^2$. Vậy $R = a$ (cm).

Khi đó, thể tích khối cầu (S) là: $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3}$ (cm³).

Câu 14: Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là

- A.** $18\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $9\pi a^3$.

HD:

Gọi R là bán kính mặt cầu.

Mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$ nên $4\pi R^2 = 36\pi a^2 \Leftrightarrow R^2 = 9a^2 \Rightarrow R = 3a$

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (3a)^3 = 36\pi a^3$

Câu 15: Tính diện tích S của mặt cầu và thể tích V của khối cầu có bán kính bằng 3 cm .

- A.** $S = 36\pi$ (cm²) và $V = 36\pi$ (cm³). **B.** $S = 18\pi$ (cm²) và $V = 108\pi$ (cm³).
C. $S = 36\pi$ (cm²) và $V = 108\pi$ (cm³). **D.** $S = 18\pi$ (cm²) và $V = 36\pi$ (cm³).

HD:

Mặt cầu bán kính r có diện tích là: $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$ (cm²).

Khối cầu bán kính r có thể tích là: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi$ (cm³).

Câu 16: Thể tích của khối cầu bán kính $3a$ là

- A.** $4\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^2$. **D.** $36\pi a^3$.

HD:

- Bán kính khối cầu: $R = 3a$.

- Thể tích của khối cầu: $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi(3a)^3}{3} = 36\pi a^3$.

Câu 17: Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là

- A. $18\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $36\pi a^3$. D. $9\pi a^3$.

HD:

Gọi R là bán kính mặt cầu.

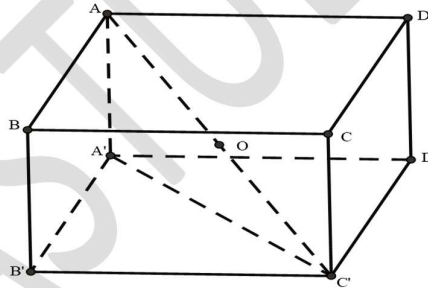
Mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$ nên $4\pi R^2 = 36\pi a^2 \Leftrightarrow R^2 = 9a^2 \Rightarrow R = 3a$.

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3a)^3 = 36\pi a^3$.

Câu 26: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c nội tiếp một mặt cầu. Tính diện tích S của mặt cầu đó

- A. $S = 16(a^2 + b^2 + c^2)\pi$. B. $S = (a^2 + b^2 + c^2)\pi$.
C. $S = 4(a^2 + b^2 + c^2)\pi$. D. $S = 8(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

HD:



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là $r = OA = \frac{AC'}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

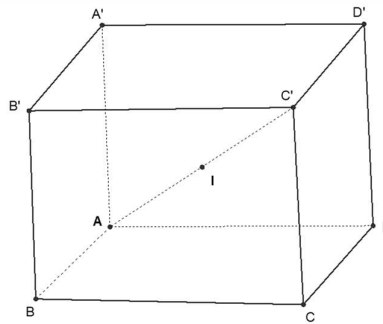
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là

$$S = 4\pi r^2 = 4\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}\right)^2 \pi = (a^2 + b^2 + c^2)\pi.$$

Câu 28: Một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB = 4a$, $AD = 5a$, $AA' = 3a$. Mặt cầu trên có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5\sqrt{2}a}{2}$. B. $6a$. C. $2\sqrt{3}a$. D. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

HD:



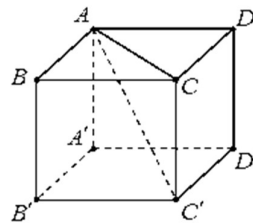
Gọi I là tâm của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình

$$\text{hộp này là } R = IA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AD^2 + A'A^2} = \frac{5\sqrt{2}a}{2}.$$

Câu 29: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là

- A. $\frac{9\pi}{8}$. B. $\frac{9\pi}{2}$. C. 36π . D. $\frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$.

HD:



$$\text{Ta có } AC' = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = \sqrt{14}.$$

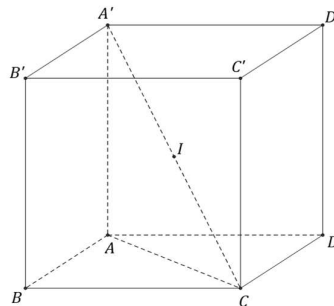
Mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật nhận đường chéo AC' là đường kính, do đó bán kính mặt

$$\text{cầu là } R = \frac{1}{2} AC' = \frac{\sqrt{14}}{2}. \text{ Vậy thể tích khối cầu là } V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \frac{14\sqrt{14}}{8} = \frac{7\sqrt{14}\pi}{3}.$$

Câu 30: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp của một hình lập phương có cạnh bằng $2a$

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $R = a$. C. $R = 2a\sqrt{3}$. D. $R = a\sqrt{3}$.

HD:



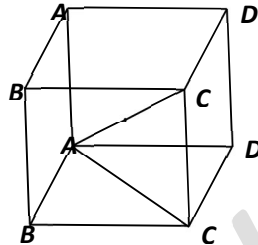
Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. I là tâm của hình lập phương. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình lập phương.

$$\text{Ta có } R = \frac{A'C}{2} = \frac{\sqrt{AA'^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Câu 31: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$ và $2a$.

- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

HD:



Xét khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O , với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 2a$. Dễ thấy O cách đều các đỉnh của khối hộp này nên mặt cầu ngoại tiếp khối hộp có tâm O , bán kính $R = \frac{AC'}{2}$.

Ta có

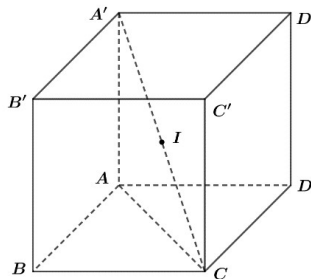
$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a, \quad AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{AC'}{2} = a\sqrt{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp này là $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Câu 32: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

- A. $9\pi a^2$. B. $\frac{3\pi a^2}{4}$. C. $\frac{9\pi a^2}{4}$. D. $3\pi a^2$.

HD:



Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ cũng là trung điểm của một đường chéo $A'C$ của hình hộp.

Hình hộp chữ nhật có độ dài 3 cạnh dài, rộng, cao là: $AD = 2a$, $AB = a$, $AA' = 2a$.

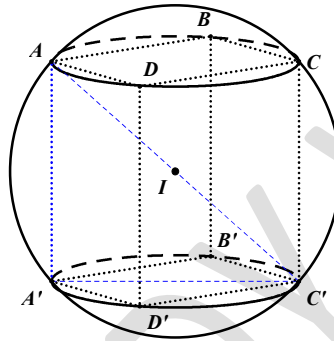
$$\Rightarrow \text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp là: } R = \frac{A'C}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + AB^2 + AA'^2}}{2} = \frac{3a}{2}.$$

$$\Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2.$$

Câu 33: Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. B. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

HD:



Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là trung điểm của đường chéo

$$AC' \text{ và } R = IA = \frac{AC'}{2}$$

Khối lập phương cạnh a nên:

$$AA' = a, AC' = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{AC'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

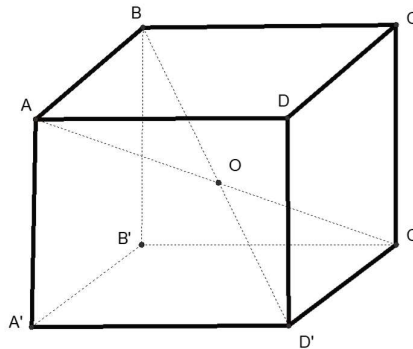
Vậy thể tích khối cầu cần tính là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi a^3 \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $3\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

HD:



Gọi O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập

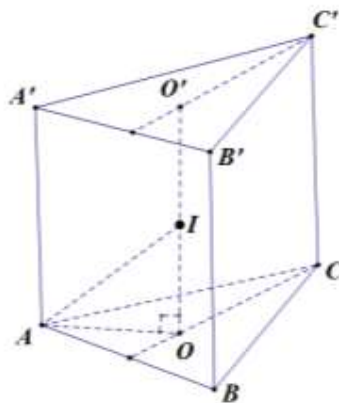
phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập

phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$.

Câu 36: Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $\frac{7\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{8}$. C. πa^2 . D. $\frac{7\pi a^2}{9}$.

HD:



Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai tam giác $ABC, A'B'C'$.

Trên OO' lấy trung điểm I . Suy ra $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC'$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Suy ra bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi \frac{7a^2}{12} = \frac{7\pi a^2}{3}$

CA 2

CHUYÊN ĐỀ 3. HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT (BTVN)

DẠNG 1. TÌM TẬP XÁC ĐỊNH.

Câu 1: (MĐ 103-2022) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là $(1; +\infty)$.

Câu 2: (2020-2021 – ĐỢT 2) Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-3)$ là

- A. $(-\infty; 3)$. **B.** $(3; +\infty)$. C. $[3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là: $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (3; +\infty)$.

Câu 3: (Đề Minh Họa 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

- A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ **B.** $D = [-1; 3]$
C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ D. $D = (-1; 3)$

Lời giải

Chọn C

$y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 4: (Mã 104 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

- A. $D = (1; 3)$ **B.** $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$
C. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$. D. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2018}(3x - x^2)$.

- A. $D = \mathbb{R}$ **B.** $D = (0; +\infty)$
C. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$ **D.** $D = (0; 3)$

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi: $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$

Vậy $D = (0; 3)$

Câu 6. Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

A. $[2; 3]$

B. $(2; 3)$

C. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$

D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2; 3)$.

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$.

A. $(-\infty; 6)$

B. \mathbb{R}

C. $(0; +\infty)$

D. $(6; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\frac{1}{6-x} > 0 \Leftrightarrow 6-x > 0 \Leftrightarrow x < 6$. Do đó tập xác định của hàm số là $(-\infty; 6)$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là

A. $D = (-1; 1)$.

B. $D = (-1; 3)$.

C. $D = (-3; 1)$.

D. $D = (0; 1)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ xác định khi: $3 - 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D = (-3; 1)$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ là

A. $(-1; 3)$.

B. $[-1; 3]$.

C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$.

Vậy $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^0} + \log_2(9-x^2)$ là

A. $D = (2; 3)$.

B. $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$.

C. $D = (3; +\infty)$.

D. $D = (-3; 3)$.

Lời giải

+ Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ 9-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$

+ Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$.

Câu 11: Tìm m để hàm số $y = \log_2[(m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3]$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

A. $m \leq -2$

B. $m > -2$

C. $m < -2$

D. $m \geq -2$

Lời giải

Chọn D.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow (m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (*).

Trường hợp 1: $a \neq 0$.

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ 4(m+2)^2 - 4(m+2)(m+3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -m-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2.$$

Trường hợp 2: $a = 0 \Leftrightarrow m = -2$, ta có

$$(*) \Leftrightarrow 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ (đúng), nhận } m = -2$$

Vậy $m \geq -2$.

Câu 12. Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi.

A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

B. $m > 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $m < 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Câu 13. (Mã 104 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

A. $0 < m < 3$

B. $m < -1$ hoặc $m > 0$

C. $m > 0$

D. $m = 0$

Lời giải

Chọn C

Hàm số có tập xác định \mathbb{R} khi và chỉ khi:

$$x^2 - 2x + m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \text{ (đ)} \\ \Delta' = 1 - (1+m) < 0 \Leftrightarrow m > 0 \end{cases}$$

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

A. $m > -4$.

B. $m < 0$.

C. $m < -4$.

D. $m < -3$.

Lời giải

Hàm số $y = \log(x^2 - 4x - m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} khi và chỉ khi $x^2 - 4x - m + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 15. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} ?

A. 2019

B. 2017

C. 2018

D. 1009

Lời giải

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} khi và chỉ khi:

$$x^2 - 2x - m + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 + m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết hợp với điều kiện m nguyên thuộc $[-2018; 2018]$ ta có 2018 giá trị của m .

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

A. $-2 \leq m \leq 2$.

B. $m = 2$.

C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

$$y = \log(x^2 - 2mx + 4)$$

Điều kiện xác định của hàm số trên: $x^2 - 2mx + 4 > 0$.

$$\text{Để tập xác định của hàm số là } \mathbb{R} \text{ thì } \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0, \forall m \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy đáp án đúng là đáp án **D**.

DẠNG 2. TÌM ĐẠO HÀM.

Câu 1. (Mã 101 - 2019) Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3)2^{x^2-3x} \ln 2$.

B. $2^{x^2-3x} \ln 2$.

C. $(2x-3)2^{x^2-3x}$.

D. $(x^2-3x)2^{x^2-3x+1}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (2^{x^2-3x})' = (2x-3)2^{x^2-3x} \ln 2.$$

Câu 2. (Mã 110 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

A. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ **B.** $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$ **C.** $y' = \frac{2}{2x+1}$ **D.** $y' = \frac{1}{2x+1}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (\log_2(2x+1))' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2} = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 3. (Đề Minh Họa 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

A. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$ **B.** $y' = x \cdot 13^{x-1}$ **C.** $y' = 13^x \ln 13$ **D.** $y' = 13^x$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 13^x \ln 13$.

Câu 4. (Mã 102 - 2019) Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x}$ **B.** $3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$ **C.** $(x^2-3x) \cdot 3^{x^2-3x-1}$ **D.** $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = (3^{x^2-3x})' = (2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.

Câu 5. (Mã 103 - 2019) Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$ **B.** $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$ **C.** $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}$ **D.** $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (x^2-x)' \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2 = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Câu 6. (Đề Tham Khảo 2017) Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$ **B.** $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ **C.** $y' = \frac{1}{10 \ln x}$ **D.** $y' = \frac{1}{x}$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ta được $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là:

A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$

B. $y' = \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$

C. $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$

D. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{(x^2 + x + 1)\ln 3} = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$$

Câu 8. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

A. $(2x+1)e^x$

B. $(2x+1)e^{x^2+x}$

C. $(2x+1)e^{2x+1}$

D. $(x^2 + x)e^{2x+1}$

Lời giải

Chọn B

$$(e^{x^2+x})' = e^{x^2+x} \cdot (x^2 + x)' = (2x + 1)e^{x^2+x}$$

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2^x}$

A. $y' = \frac{2-x}{2^x}$

B. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{(2^x)^2}$

C. $y' = \frac{x-2}{2^x}$

D. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{(1-x)' \cdot 2^x - (2^x)' \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{-1 \cdot 2^x - 2^x \cdot \ln 2 \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ là

A. $\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

B. $\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

D. $\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Chọn A

$$y' = \frac{(x+1)' \cdot 4^x - (x+1)(4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$$

Ta có $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$

$$y' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) - \sin(\ln x) + \cos(\ln x) = 2\cos(\ln x)$$

$$y'' = -\frac{2}{x}\sin(\ln x)$$

Từ đó kiểm tra thấy đáp án D đúng vì :

$$x^2 y'' - xy' + 2y = y'' = -2x\sin(\ln x) - 2x\cos(\ln x) + 2x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = 0.$$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$. Tổng $f'(1) + f'(3) + f'(5) + \dots + f'(2021)$ bằng

- A. $\frac{4035}{2021}$. B. $\frac{2021}{2022}$. C. $2021..$ D. $\frac{2022}{2023}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+2}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$$

Vậy

$$\begin{aligned} f'(1) + f'(3) + f'(5) + \dots + f'(2021) &= \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \\ &= 1 - \frac{1}{2023} = \frac{2022}{2023}. \end{aligned}$$

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \ln\frac{x+1}{x+4}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019).$$

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2024}{2023}$. C. $\frac{2022}{2023}$. D. $\frac{2020}{2023}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Với } x \in [0; +\infty) \text{ ta có } x+1 > 0 \text{ và } x+4 > 0 \text{ nên } f(x) = \ln\frac{x+1}{x+4} = \ln(x+1) - \ln(x+4).$$

$$\text{Từ đó } f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4}.$$

$$\text{Do đó } P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019)$$

$$= \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2020} - \frac{1}{2023}\right) = 1 - \frac{1}{2023} = \frac{2022}{2023}.$$

DẠNG 3. KHẢO SÁT HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT.

Câu 1: (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $\log_3 x^2$ B. $y = \log(x^3)$ C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

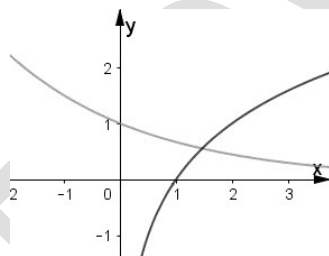
Lời giải

Chọn C

Hàm số mũ $y = a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Ta có $0 < \frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 2: Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$. B. $0 < a < 1 < b$. C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1$,
 $0 < b < \frac{1}{2}$.

Lời giải

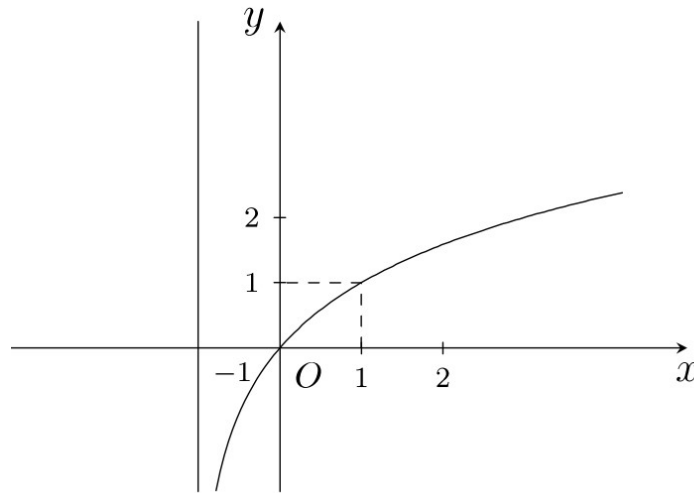
Chọn B

Xét hàm số $y = a^x$ đi qua $(0;1)$ suy ra đồ thị hàm số (1) là đồ thị của hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi qua $(1;0)$ suy ra đồ thị của hàm số (2) là đồ thị của hàm đồng biến suy ra $b > 1$.

Vậy $0 < a < 1 < b$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y = \log_3 x$.

B. $y = \log_2 x + 1$.

C. $y = \log_2(x+1)$.

D. $y = \log_3(x+1)$.

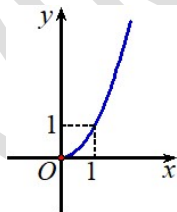
Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;0)$ nên loại đáp án A và B.

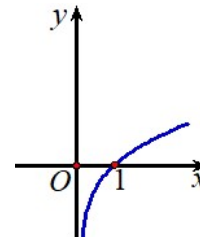
Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;1)$ nên loại D.

Vậy đáp án C thỏa mãn.

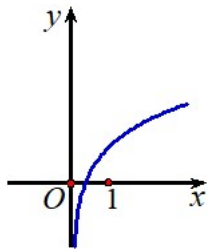
Câu 4: Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó?



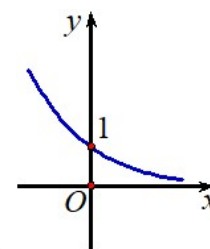
A.



B.



C.



D.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

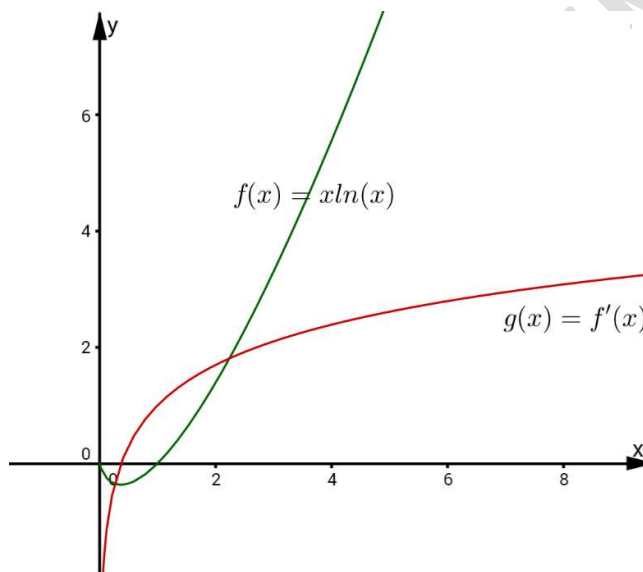
Tập xác định $D = (0; +\infty)$

Ta có $f(x) = x \ln x \Rightarrow f'(x) = g(x) = \ln x + 1$.

Ta có $g(1) = 1$ nên đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$. Loại hai đáp án B và D

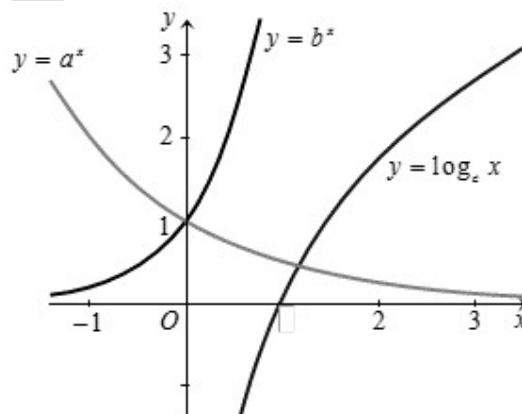
Và $\lim_{x \rightarrow 0^+} (g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [\ln(x) + 1]$. Đặt $t = \frac{1}{x}$. Khi $x \rightarrow 0^+$ thì $t \rightarrow +\infty$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} (g(x)) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left[\ln\left(\frac{1}{t}\right) + 1 \right] = -\lim_{t \rightarrow +\infty} [\ln(t)] + 1 = -\infty$ nên loại đáp án A.



Cách 2 : Ta nhận thấy $f(x) = x \ln x \Rightarrow f'(x) = g(x) = \ln x + 1$ nằm bên phải trục tung và không đi qua $(1; 0)$. Vậy chọn đáp án C.

Câu 5. Trong hình vẽ bên có đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



A. $a < c < b$.

B. $c < a < b$.

C. $a < b = c$.

D. $b < c < a$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$, ta có:

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} nên ta có: $0 < a < 1$. (1)

Các hàm số $y = b^x$, $y = \log_c x$ đồng biến trên tập xác định của nó nên ta có: $\begin{cases} b > 1 \\ c > 1 \end{cases}$. (2)

Từ (1),(2) $\Rightarrow \begin{cases} a < b \\ a < c \end{cases}$. Do đó loại hai phương án **B,D**.

Nếu $b = c$ thì ta có đồ thị hai hàm số $y = b^x$, $y = \log_b x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Tuy nhiên nhìn hình dáng hai đồ thị hàm số $y = b^x$, $y = \log_b x$ không có tính chất đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$. Do đó phương án đúng là **A**.

Cách khác:

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} nên ta có: $0 < a < 1$.

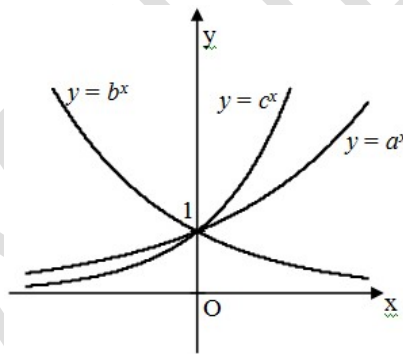
Các hàm số $y = b^x$, $y = \log_c x$ đồng biến trên tập xác định của nó nên ta có: $\begin{cases} b > 1 \\ c > 1 \end{cases}$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_c x$, ta có: $\log_c 2 > 1 \Leftrightarrow c < 2$.

Xét đồ thị hàm số $y = b^x$, ta có: $b^1 > 2 \Leftrightarrow b > 2$.

Do đó: $0 < a < c < b$.

Câu 6. Cho đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $b > a > c$.

B. $a > c > b$.

C. $c > a > b$.

D. $c > b > a$.

Lời giải

Chọn C

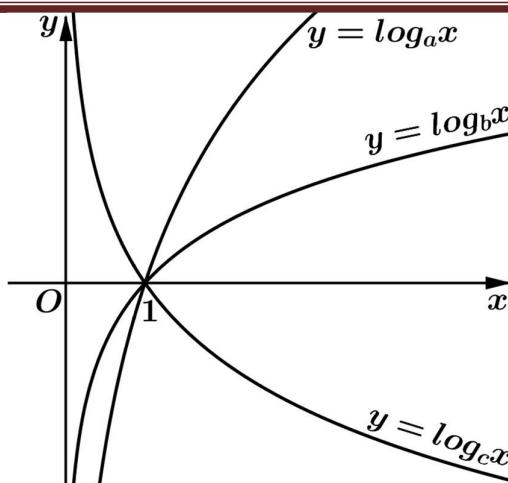
Xét hàm số $y = b^x$: Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = 0$, do đó $0 < b < 1$.

Xét hàm số $y = a^x$: Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$, do đó $a > 1$.

Từ đó suy ra: $a > b$. Loại đáp án A, **D**.

Xét tại $x = 1$ đồ thị hàm số $y = c^x$ có tung độ lớn hơn tung độ của đồ thị hàm số $y = a^x$ nên $c > a$. Vậy $c > a > 1 > b$.

Câu 7. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < c < b$.

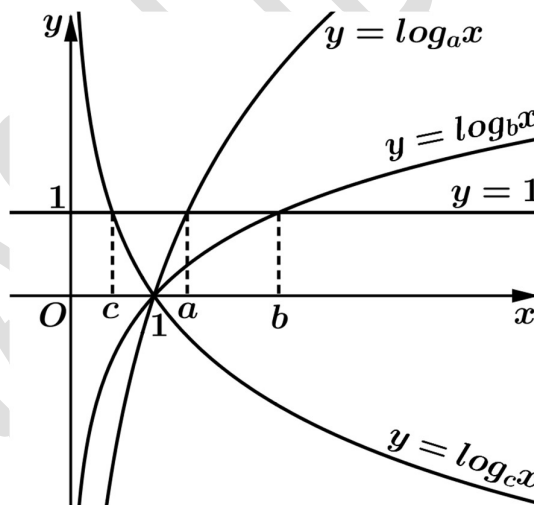
B. $a < b < c$.

C. $c < b < a$.

D. $c < a < b$.

Lời giải

Chọn D

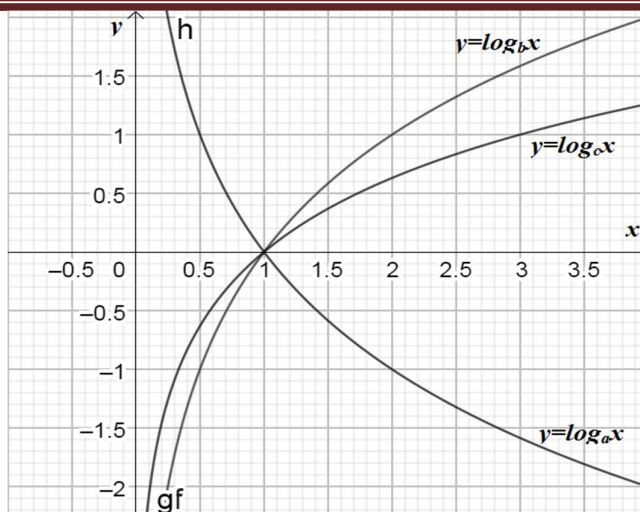


Theo hình dạng của đồ thị ta có $\begin{cases} a, b > 1 \\ 0 < c < 1 \end{cases}$.

Vẽ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hai hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ lần lượt tại 2 điểm $M(a; 1)$, $N(b; 1)$. Ta thấy điểm N bên phải điểm M nên $b > a$.

Vậy $c < a < b$.

Câu 8. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a < b < c$.

B. $a < c < b$.

C. $b < a < c$.

D. $b > a > c$.

Lời giải

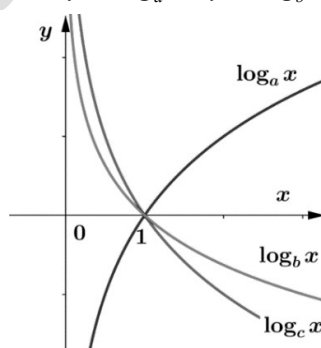
Do $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ là hai hàm đồng biến nên $b, c > 1$.

Do $y = \log_a x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$. Vậy a bé nhất.

Mặt khác: Lấy $y = m$, khi đó tồn tại $x_1, x_2 > 0$ để $\begin{cases} \log_b x_1 = m \\ \log_c x_2 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^m = x_1 \\ c^m = x_2 \end{cases}$.

Dễ thấy $x_1 < x_2 \Rightarrow b^m < c^m \Rightarrow b < c$. Vậy $a < b < c$.

Câu 9. Cho a, b, c dương và khác 1. Các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng?

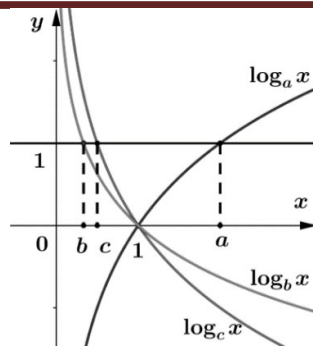
A. $a > c > b$.

B. $a > b > c$.

C. $c > b > a$.

D. $b > c > a$.

Lời giải



Kẻ đường thẳng $(d): y=1$. Hoành độ giao điểm của (d) với các đồ thị hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ lần lượt là a, b, c . Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $a > c > b$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y=a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2+\log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

- A. 2016. B. -2016. C. 2020. D. -2020.

Lời giải

Chọn B

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=a^x$; (C_1) là đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$$M\left(2+\log_a \frac{1}{2018}; y_M\right) \in (C_1) \Leftrightarrow y_M = f\left(2+\log_a \frac{1}{2018}\right).$$

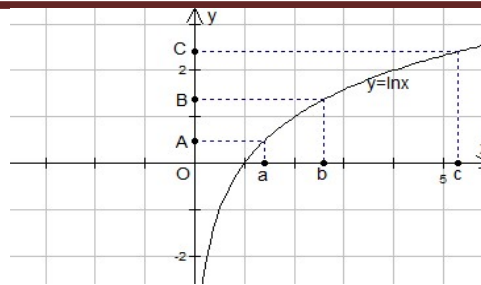
$$\text{Gọi } N \text{ đối xứng với } M \text{ qua } I(1;1) \Rightarrow N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2-y_M\right).$$

$$\text{Do đồ thị } (C_1) \text{ đối xứng } (C) \text{ qua } I(1;1) \text{ nên } N\left(-\log_a \frac{1}{2018}; 2-y_M\right) \in (C).$$

$$N \in (C) \Leftrightarrow 2-y_M = a^{-\log_a \frac{1}{2018}} \Leftrightarrow 2-y_M = a^{\log_a 2018} \Leftrightarrow 2-y_M = 2018 \Leftrightarrow y_M = -2016.$$

$$\text{Vậy } f\left(2+\log_a \frac{1}{2018}\right) = -2016.$$

Câu 11. Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC .



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + c = 2b$. B. $ac = b^2$. C. $ac = 2b^2$. D. $ac = b$

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy tọa độ điểm $A(0; \ln a)$, $B(0; \ln b)$, $C(0; \ln c)$

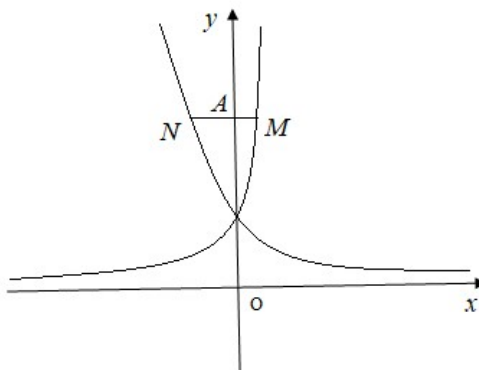
Theo bài ra B là trung điểm của đoạn thẳng AC nên ta có:

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = \frac{0+0}{2} = 0 \\ y_B = \frac{\ln a + \ln c}{2} = \ln b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 0 & (1) \\ 2y_B = \ln ac = \ln b^2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) $\Rightarrow ac = b^2$.

Vậy chọn **B**.

Câu 12. Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đường $y = 4^x$, $y = a^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$ (hình vẽ bên). Giá trị của a bằng



- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào ĐTHS ta thấy hàm số $y = a^x$ nghịch biến nên $0 < a < \frac{1}{2}$.

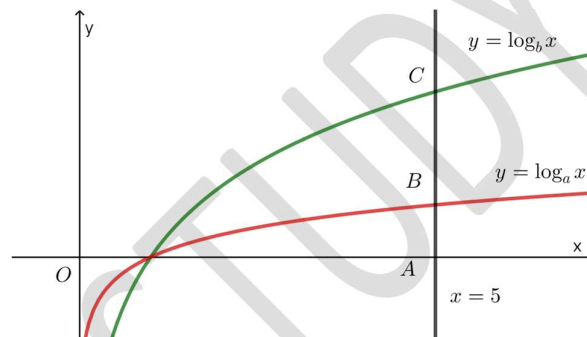
Mọi đường thẳng $y = m$ ($m > 0$) đều cắt các đường $y = 4^x, y = a^x$, trục tung lần lượt tại $M(\log_4 m; m), N(\log_a m; m)$ và $A = (0; m)$, theo bài ra

$$AN = 2AM \Leftrightarrow |\log_a m| = 2|\log_4 m| \Leftrightarrow |\log_a m| = |\log_2 m|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_a m = \log_2 m \\ \log_a m = -\log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_m a = \log_m 2 \\ \log_m a = \log_m \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $a = \frac{1}{2}$.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biết rằng $CB = 2AB$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?



A. $a = 5b$.

B. $a = b^2$.

C. $a = b^3$.

D. $a^3 = b$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy $A(5; 0), B(5; \log_a 5), C(5; \log_b 5)$ và $\log_b 5 > \log_a 5 > 0$.

Do $CB = 2AB$ nên ta có $\log_b 5 - \log_a 5 = 2(\log_a 5 - 0)$.

$$\Leftrightarrow \log_b 5 = 3\log_a 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_5 b} = \frac{3}{\log_5 a}$$

$$\Leftrightarrow \log_5 a = 3\log_5 b$$

$$\Leftrightarrow \log_5 a = \log_5 b^3$$

$$\Leftrightarrow a = b^3.$$