

TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:.....

CA 1

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $52\pi a^2$. B. $\frac{172\pi a^2}{3}$. C. $\frac{76\pi a^2}{9}$. D. $\frac{76\pi a^2}{3}$.

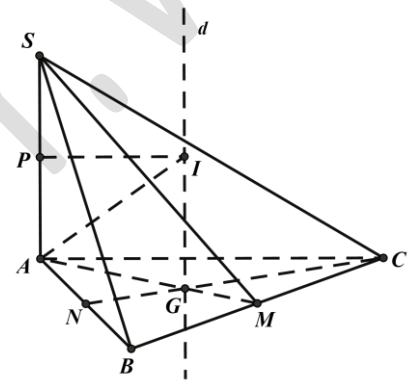
Chọn D

HD

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AB, SA

Gọi G là trọng tâm tam giác đồng thời là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Qua G ta dựng đường thẳng d vuông góc mặt đáy.



Kẻ đường trung trực SA cắt đường thẳng d tại I , khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

Ta có $((SBC), (ABC)) = SMA = 30^\circ$,

$$\Rightarrow SA = AM \cdot \tan 30^\circ = 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2a \Rightarrow AP = \frac{SA}{2} = a$$

$$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow PI = AG = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Xét tam giác } API \text{ vuông tại } P \text{ có } AI = \sqrt{AP^2 + PI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{57}}{3}.$$

$$\text{Bán kính } R = AI = \frac{a\sqrt{57}}{3}.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu } S = 4\pi R^2 = \frac{76\pi a^2}{3}$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{19\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{43\pi a^2}{9}$.

D. $21\pi a^2$.

Chọn A

HD

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC, SA . Ta có $\left((SBC), (ABC) \right) = \angle SIA = 60^\circ$.

$$\Rightarrow SA = AI \cdot \tan 60^\circ = 3a \Rightarrow KG = \frac{SA}{2} = \frac{3a}{2}$$

Gọi G trọng tâm tam giác đồng thời là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Qua G ta dựng đường thẳng $\Delta \perp (ABC)$.

Dựng trung trực SA cắt đường thẳng Δ tại K , khi đó $KS = KA = KB = KC$ nên K là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

$$\text{Ta có } R = KA = \sqrt{KG^2 + AG^2} = a \cdot \sqrt{\frac{43}{12}}. \text{ Diện tích mặt cầu } S = 4\pi R^2 = \frac{43\pi a^2}{3}.$$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

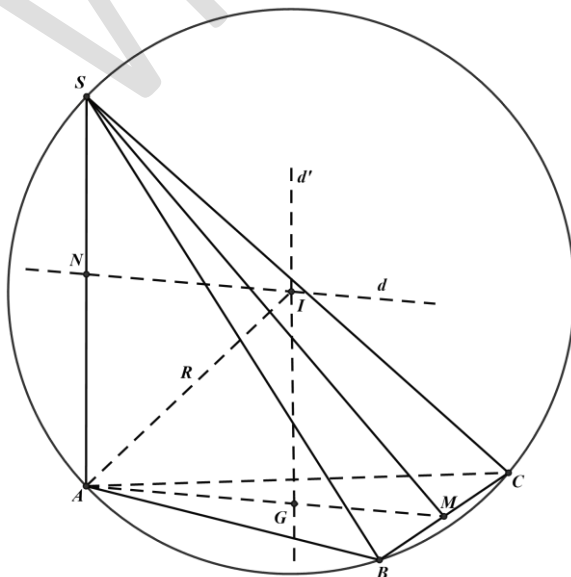
A. $\frac{43\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{19\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{19\pi a^2}{9}$.

D. $13\pi a^2$.

Chọn B



Gọi M là trung điểm của đoạn BC .

N là trung điểm của đoạn SA .

G là trọng tâm ΔABC .

Gọi d' là đường thẳng đi qua trọng tâm G của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng đáy.

d là đường trung trực của đoạn thẳng SA .

Từ đó suy ra tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là giao điểm của hai đường thẳng d và d' .

Suy ra: bán kính mặt cầu $R = AI$.

Ta có: ΔABC đều cạnh $2a \Rightarrow AM = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ và $AG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là góc $SMA = 30^\circ$

$$\tan SMA = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a.$$

$$\text{Suy ra: } AN = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Do đó: } R = AI = \sqrt{AN^2 + NI^2} = \sqrt{AN^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{57}}{6}$$

$$\text{Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABC \text{ là: } S = 4\pi \cdot R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{57}}{6}\right)^2 = \frac{19\pi a^2}{3}.$$

Câu 44: Cho hình chóp $ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . Biết SA vuông góc với $ABCD$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E bằng

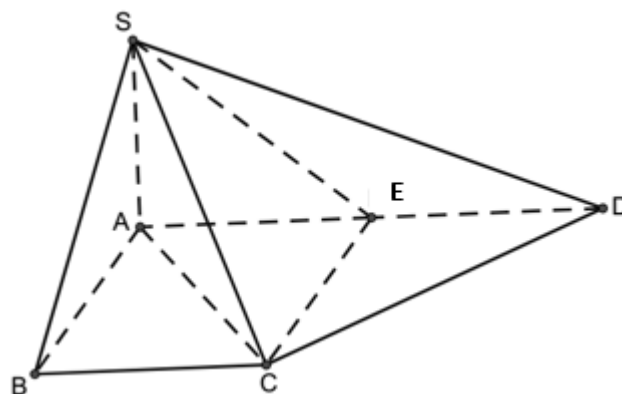
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. a .

Chọn D



Ta thấy các tam giác $\Delta SAC; \Delta SBC; \Delta SEC$ vuông tại A, C, E . Vậy các điểm S, A, B, C, E nằm

$$\text{trên mặt cầu đường kính } SC \Rightarrow R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = a.$$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh bằng x . Cạnh bên $SA = x\sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Tính theo x diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

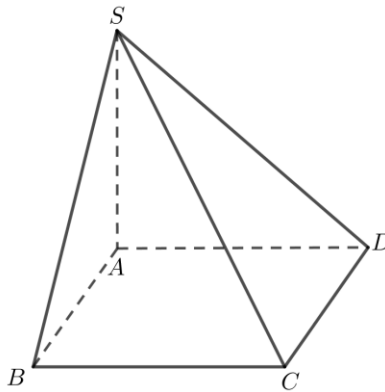
A. $8\pi x^2$.

B. $x^2\sqrt{2}$.

C. $2\pi x^2$.

D. $2x^2$.

Chọn A



+ Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC, SA \perp BC, SA \perp CD$.

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB, \quad \begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD.$$

Vậy $\angle SAC = \angle SBC = \angle SDC = 90^\circ$ do đó A, B, D, S, C thuộc mặt cầu đường kính SC .

+ Ta có $AC = \sqrt{2}x, SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}x$. R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ khi đó $R = \frac{SC}{2} = \sqrt{2}x$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ bằng

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi (\sqrt{2}x)^2 = 8\pi x^2.$$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

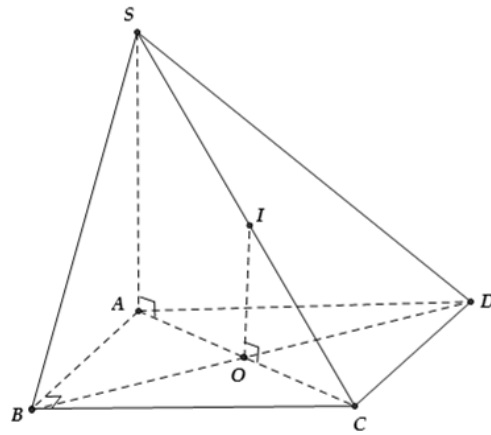
A. $8\pi a^2$.

B. $a^2\sqrt{2}$.

C. $2\pi a^2$.

D. $2a^2$.

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$, đường chéo $AC = a\sqrt{2}$.

Gọi I là trung điểm của SC .

Suy ra OI là đường trung bình của tam giác SAC . Suy ra $OI \parallel SA \Rightarrow OI \perp (ABCD)$.

Hay OI là trục đường tròn ngoại tiếp đáy $ABCD$.

Mà $IS = IC \Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$: $R = SI = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

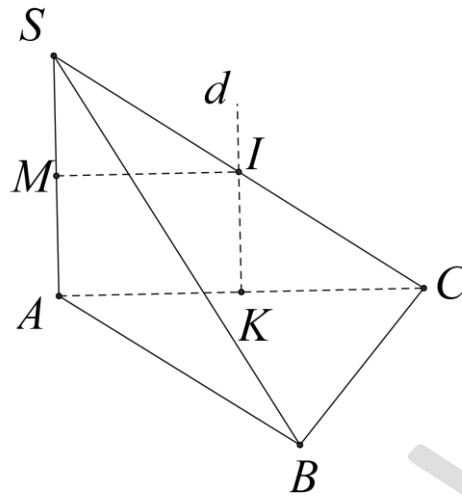
A. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

B. $R = 5$.

C. $R = \frac{5}{2}$.

D. $R = 5\sqrt{2}$.

Chọn A



Gọi K là trung điểm AC . Gọi M là trung điểm SA .

Vì tam giác ABC vuông tại B nên K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Từ K dựng đường thẳng d vuông góc với $mp(ABC)$.

Trong $mp(SAC)$ dựng MI là đường trung trực đoạn SA cắt d tại I .

Khi đó điểm I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu là $R = AI$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5 \Rightarrow AK = \frac{5}{2}$. Có $IK = MA = \frac{SA}{2} = \frac{5}{2}$.

Vậy $R = AI = \sqrt{AK^2 + IK^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải 2

Gọi I là trung điểm của SC . Tam giác SAC vuông tại A nên $IS = IC = IA$

Ta có $BC \perp AB; BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại **B**.

Nên $IS = IC = IB$

Từ và ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bán kính $R = \frac{1}{2}SC$.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5; SC = \sqrt{AS^2 + AC^2} = 5\sqrt{2}$

Vậy $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

- Câu 52:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao SA , đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $SA = 6a, AB = 2a, AC = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?
- A. $R = 2a\sqrt{7}$. B. $R = a\sqrt{14}$. C. $R = 2a\sqrt{3}$. D. $r = 2a\sqrt{5}$.

Chọn B

Ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 16a^2} = 2a\sqrt{5}$$

$$R_d = a\sqrt{5}$$

$$R = \sqrt{R_d^2 + \frac{SA^2}{4}} = \sqrt{5a^2 + 9a^2} = a\sqrt{14}.$$

- Câu 53:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Chọn A

*) Ta có ΔSAC vuông tại A (1).

*) CM ΔSDC vuông tại D . Ta có:
 $AD \perp CD$.

$SA \perp CD$.

Ta suy ra: $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SDC$ vuông tại D (2).

*) Chứng minh tương tự, ta được ΔSBC vuông tại B (3).

Từ (1), (2), (3): Ta suy ra: mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đường kính SC .

Ta có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}$.

Vậy mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính bằng $R = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

