TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học: ....

CA 1

Câu 1. Hãy chứng minh các số sau là hợp số:

a) $A = 11111..........1$(2001 chữ số 1);

b) $B = 1010101$

c) $C = 1! + 2! + 3! + ... + 100!$

d) $D = 311141111$

HD:

a) Tổng các chữ số của A là: $1+1+1......+1 = 2001 \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 3$

mà $A > 3$ nên A là hợp số (ĐPCM)

b) $B = 1010101 = 101.10001$ là hợp số (đpcm)

c) Vì $1! + 2! = 3 \vdots 3$ và $3! + 4! + ... + 100!$ luôn chia hết cho 3 nên $C \vdots 3$

Mà $C > 3$ nên C là hợp số (ĐPCM)

d) $D = 311141111 = 311110000 + 31111 = 31111(10000 + 1) \vdots 31111$

$\Rightarrow D$ là hợp số (ĐPCM)

Câu 2. Chứng minh rằng số $N = \dfrac{5^{125} - 1}{5^{25} - 1}$ là số tự nhiên.

HD:

Tử chia hết cho mẫu

Câu 3. Chứng minh với mọi số tự nhiên lớn hơn 0 thì $2^{2^{2n+1}} + 3$ là hợp số.

HD:

Với $2^2 = 4 \equiv 1(\bmod 3) \Rightarrow 2^{2n} \equiv 1(\bmod 3), (n \in N^*) \Rightarrow 2^{2n} - 1 \vdots 3$ nên $2^{2n+1} - 2 = 2(2^{2n} - 1) \vdots 6$

Hay $2^{2n+1} = 6k + 2 (k \in N)$

$\Rightarrow 2^{2^{2n+1}} + 3 = (2^6)^k.2^2 + 3 \equiv 2^2 + 3 \equiv 0(\bmod 7)$

Tức là $2^{2^{2n+1}} + 3 \vdots 7 (n \in N^*)$

Mà $2^{2^{2n+1}} + 3 > 7 (n \in N^*)$ nên $2^{2^{2n+1}} + 3$ là hợp số. (ĐPCM)

Câu 4. Cho $a, n \in N^*$, biết $a^n \vdots 5$.Chứng minh rằng: $a^2 + 150 \vdots 25$

HD:

Ta có $a^n \vdots 5$,mà 5 là số nguyên tố nên suy ra $a \vdots 5 \Rightarrow a^2 \vdots 25$.

Mà $150 \vdots 25$ nên $a^2 + 150 \vdots 25 \Rightarrow$ đpcm

Câu 5. Cho $A = n! + 1, b = n + 1 (n \in N^*)$ .Chứng minh rằng nếu A chia hết cho B thì B là số nguyên tố.

HD:

Giả sử B không là số nguyên tố.

Do đó B có ước nguyên tố $p, q < B$

Do đó $p \le n! \Rightarrow n! \vdots p$.

Mặt khác $A \vdots B$, nên $A \vdots p$

$\Rightarrow A - n! \vdots p \Rightarrow 1 \vdots p$ (Vô lí)

Mà n nguyên dương nên $B \ne 0, B \ne 1$.

Vậy B là số nguyên tố (đpcm)

Câu 6. Chứng minh có vô số số nguyên tố có dạng $4x + 3 (x \in N)$

HD:

Các số nguyên tố lẻ không thể có dạng $4x$ và $4x + 2$.

Vậy chúng chỉ có thể tồn tại dưới dạng $4x + 1$hoặc $4x + 3$

+ Xét tích 2 số có dạng $4x + 1$là: $4m + 1$và $4n + 1$

Ta có: $(4m + 1)(4n + 1) = 16mn + 4m + 4n + 1 = 4(4mn + m + n) + 1 = 4x + 1$

Vậy tích của 2 số có dạng $4x + 1$là một số cũng có dạng $4x + 1$

+Lấy một số nguyên tố p bất kỳ có dạng $4x - 1$, ta lập tích của $4x + 1$ với tất cả các số nguyên tố nhỏ hơn p rồi chứ đi 1 khi ta có:

$M = 2.3.5.7....p - 1 = 4(2.3.5.7....p) - 1$

Có 2 khả năng xảy ra:

*Khả năng 1: M là số nguyên tố có dang $4x - 1 > p$,bài toán được chứng minh.

*Khả năng 2: M là hợp số: Ta chia M cho $2, 3, 5, ..., p$ đều tồn tại một số dư khác 0 nên các ước số nguyên tố của M đều lớn hơn p,trong các ước này không có số nào có dạng $4x + 1$(đã chứng minh trên). Do đó ít nhất một trong các ước nguyên tố của M phải có dạng $4x$ (hợp số) hoặc $4x - 1$.mà ước này hiển nhiên lơn hơn p.

CA 2

Bài 1. Tìm hai chữ số tận cùng của các số sau $M = 2023^{2024^{2025}}$

HD:

Ta có:

$2024^{2025} = 4^{2025} (\bmod 20)$

$= (4^2)^{2024}.4 = 16^{2024}.4$

$= \left(16^2\right)^{1012}.4 = 256^{1012}.4 = 16.4 = 64 = 4 (\bmod 20)$

Đặt $2024^{2025} = 20q + 4$ ta được:

$M = 2023^{20q+4} = (2023^{20})^q.2023^4 = (...01)^q.(...23)^4 (\bmod 100)$

$= (...01)(...23^2)^2 = (...01).(...29)^2 = (...01).(...41) = ...41)(\bmod 100)$

Vậy hai chữ số tận cùng của M là 41.