

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày.....

Ca 1

Câu 1. Một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 3 và công bội bằng 4. Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số nhân này để có tổng bằng 1023?

HD:

Ta có $u_1 = 3; q = 4$, giả sử phải lấy tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân để được tổng

$$\text{bằng } 1023. \text{ Ta có: } S_n = 1023 \Leftrightarrow \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1} = 1023 \Leftrightarrow \frac{3 \cdot (4^n - 1)}{4 - 1} = 1023$$

$$\Leftrightarrow 4^n - 1 = 1023 \Leftrightarrow 4^n = 1024 \Leftrightarrow 4^n = 4^5 \Leftrightarrow n = 5.$$

Vậy cần lấy tổng của 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

Câu 2. Tìm bốn số biết rằng ba số hạng đầu lập thành một cấp số cộng, ba số hạng sau lập thành một cấp số nhân. Tổng của hai số hạng đầu và cuối bằng 14, còn tổng hai số ở giữa là 12.

HD:

Gọi ba số đó lần lượt là $a_1; a_2; a_3; a_4$.

Từ bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a_1 + a_3 = 2a_2 \\ a_2 + a_3 = 12 \\ a_1 + a_4 = 14 \\ a_2 a_4 = a_3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_4 = 14 - a_1 \\ a_2 = 12 - a_3 \\ a_1 = 2a_2 - a_3 \\ a_2 a_4 = a_3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2a_2 - a_3 \\ a_4 = 14 - 2(12 - a_3) + a_3 \\ a_2 = 12 - a_3 \\ a_2 a_4 = a_3^2 \end{cases}$$

Câu 3. Cho ba số tự nhiên m, n, p theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Chứng minh ba số $2^m, 2^n, 2^p$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

HD:

Vì ba số tự nhiên m, n, p theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên ta có: $2n = m + p$.

Khi đó: $2^{2n} = 2^{m+p} = 2^m 2^p \Leftrightarrow (2^n)^2 = 2^m 2^p \Rightarrow 2^m, 2^n, 2^p$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2a_2 - a_3 \\ a_4 = 3a_3 - 10 \\ a_2 = 12 - a_3 \\ (12 - a_3)(3a_3 - 10) = a_3^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2a_2 - a_3 \\ a_4 = 3a_3 - 10 \\ a_2 = 12 - a_3 \\ 4a_3^2 - 46a_3 + 120 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2a_2 - a_3 \\ a_4 = 3a_3 - 10 \\ a_2 = 12 - a_3 \\ a_3 = 4 \\ a_3 = \frac{15}{2} \end{cases}$$

Với $a_3 = 4$, ta có các số cần tìm là: 12; 8; 4; 2.

Với $a_3 = \frac{15}{2}$, ta có các số cần tìm là: $\frac{3}{2}; \frac{9}{2}; \frac{15}{2}; \frac{25}{2}$.

Ca 2

Câu 14: Cho tứ diện ABCD. Một mặt phẳng (P) di động luôn song song với AB và CD cắt các cạnh

AC, AD, BD, BC tại M, N, E, F. Tìm tập hợp tâm I của hình bình hành MNEF.

- A. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD (trừ 2 điểm P và Q).
- B. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD.
- C. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC (trừ 2 điểm P và Q).
- D. Tập hợp tâm I là đoạn thẳng PQ với P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC.

HD:

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó AQ cắt MN tại K; BQ cắt FE tại H. Dễ thấy H, K lần lượt là trung điểm của MN và FE nên I thuộc KH, đồng thời là trung điểm KH. Do đó I thuộc đường trung tuyến QP của tam giác QAB.

