TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học: ....

CA 1

Bài 6. Cho m, n là các số nguyên dương sao cho m^2+n^2+m chia hết cho mn. Chứng minh rằng m là số chính phương.

HD:

Gọi ước chung lớn nhất của m và n là d. Ta đặt $m=dx, n=dy$, với $(x,y)=1$.

Phép đặt này cho ta $m^2+n^2+m=d^2x^2+d^2y^2+dx$ và $mn=d^2xy$.

Kết hợp với giả thiết, ta được

$$d^2xy\left|\left(d^2x^2+d^2y^2+dx\right)\Rightarrow dxy\right|\left(dx^2+dy^2+x\right)\ (*)$$

Kết hợp $(*)$ với việc xét tính chia hết cho x và d ở cả số bị chia và số chia, ta lần lượt suy ra

$$\begin{cases} x\,|\,dy^2 \\ d\,|\,x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x|\ d \\ d|\ x \end{cases} \Rightarrow d=x.$$

Ta có $m=dx=d^2$ là số chính phương. Bài toán được chứng minh.

Bài 7. Cho hai số nguyên dương x, y thỏa mãn x^2-4y+1 chia hết cho $(x-2y)(2y-1)$. Chứng minh rằng $|x-2y|$ là số chính phương.

HD;

Từ giả thiết, ta chỉ ra tồn tại số nguyên z sao cho

$$\begin{aligned} x^2-4y^2+4y^2-4y+1 &= z(x-2y)(2y-1), \\ (2y-1)^2 \qquad\qquad &= (x-2y)[z(2y-1)-(x+2y)]. \end{aligned}$$

Đặt $d=(x-2y, z(2y-1)-(x+2y))$. Ta lần lượt suy ra được

$$\begin{cases} d\,|\,(x-2y) \\ d\,|\,[z(2y-1)-(x+2y)] \\ d\,|\,(2y-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d\,|\,(x-2y) \\ d\,|\,(x+2y) \\ d\,|\,(2y-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d|\ 4y \\ d|\ (2y-1) \end{cases} \Rightarrow d=1$$

Theo đó, $|x-2y|$ là số chính phương. Bài toán được chứng minh.