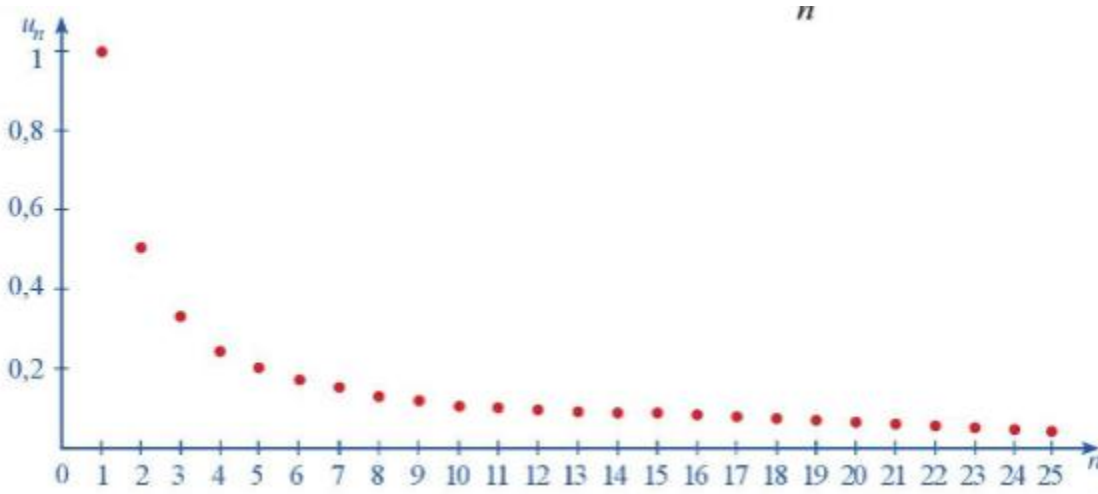


TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11
GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:..... Ngày học:.....

1. Định nghĩa



Dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi n dần tới dương vô cực nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

2. Một số giới hạn cơ bản

Ta có thể chứng tỏ được các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ với k là số nguyên dương cho trước;

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c}{n} = 0; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c}{n^k} = 0$ với c là hằng số, k là số nguyên dương cho trước;

c) Nếu $|q| < 1$ thì $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$;

d) dãy số (u_n) với $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ có giới hạn là một số vô tỉ và gọi giới hạn đó là e ,

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Một giá trị gần đúng của e là 2,718281828459045.

Câu 3. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = 0$.

3. Một số định lí về giới hạn hữu hạn

a) Nếu $\lim u_n = a, \lim v_n = b$ thì:

$$\lim(u_n + v_n) = a + b$$

$$\lim(u_n - v_n) = a - b$$

$$\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$$

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} (v_n \neq 0, b \neq 0)$$

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

Câu 4. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \left(2 + \frac{1}{n^2} \right)$;

b) $\lim \frac{4n-3}{n}$;

c) $\lim \left(5 + \frac{1}{n} \right) \left(6 - \frac{1}{4^n} \right)$.

4. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

Cấp số nhân vô hạn $u_1, u_1q, \dots, u_1q^{n-1}, \dots$ có công bội q thỏa mãn $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho là: $S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots = \frac{u_1}{1-q}$.

Câu 5. Tính tổng $T = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}} + \dots$

5. Giới hạn vô cực

- Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi

Kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ hay $\lim u_n = +\infty$ hay $u_n \rightarrow +\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

- Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$.

Kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ hay $\lim u_n = -\infty$ hay $u_n \rightarrow -\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Câu 6. Chứng tỏ rằng $\lim n^2 = +\infty$.

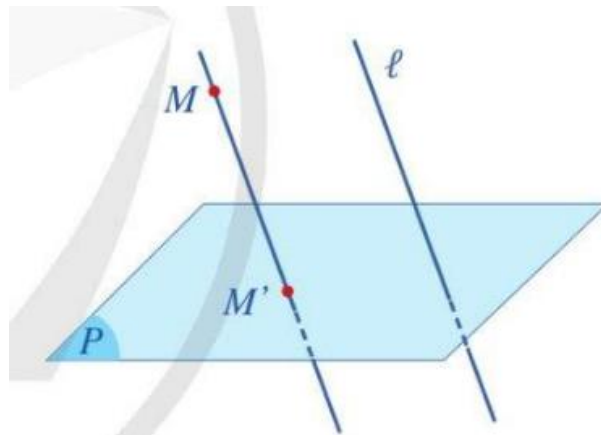
Thầy Trần Tuấn Việt

VINASTUDY.VN

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11
PHÉP CHIẾU SONG SONG
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:..... Ngày học:.....

1. Phép chiếu song song

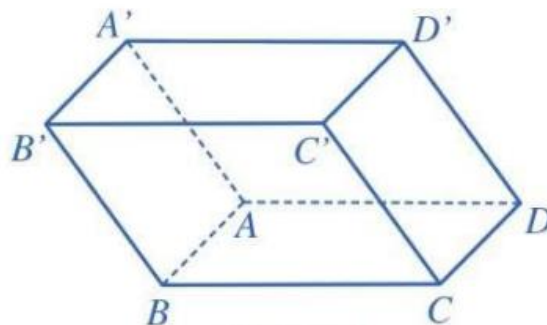


+ Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng l cắt mặt phẳng (P). Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' của mặt phẳng (P) sao cho MM' song song hoặc trùng với l gọi là phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l .

+ Mặt phẳng (P) gọi là mặt phẳng chiếu, đường thẳng l gọi là phương chiếu, điểm M' gọi là hình chiếu song song (hoặc ảnh) của điểm M qua phép chiếu song song nói trên.

+ Cho hình \mathcal{H} . Tập hợp \mathcal{H}' gồm hình chiếu song song của tất cả các điểm thuộc \mathcal{H} gọi là hình chiếu song song (hoặc ảnh) của hình \mathcal{H} qua phép chiếu song song nói trên.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định ảnh của các điểm A', B', C', D' qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (ABCD) theo phương $A'A$.



2. Tính chất cơ bản của phép chiếu song song

Dưới đây ta chỉ xét ảnh của các đường thẳng, tia, đoạn thẳng không song song với phương chiếu.

Tính chất 1:

Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng. Hình chiếu song song của một đoạn thẳng là một đoạn thẳng. Hình chiếu song song của một tia là một tia.

Tính chất 2:

Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Tính chất 3:

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

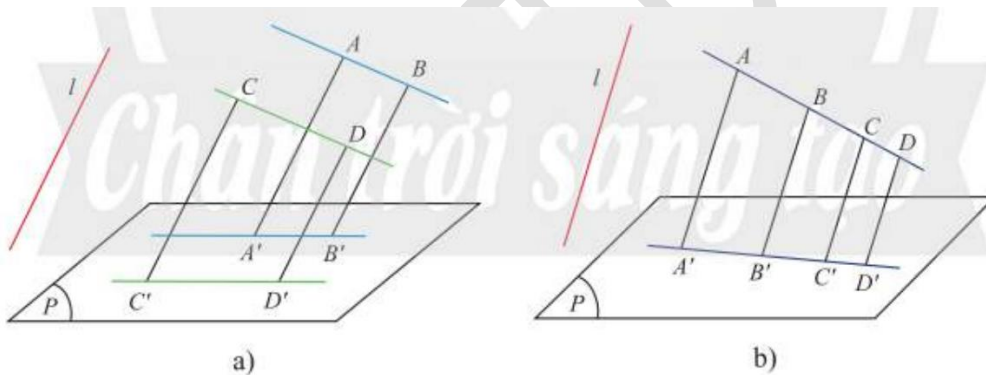
- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Câu 2.

a) Tìm hình chiếu song song của đoạn thẳng AC, tia AB và đường thẳng AD trong hình dưới

b) Quan sát hình a và so sánh hai tỉ số $\frac{AB}{CD}, \frac{A'B'}{C'D'}$.

c) Quan sát hình b và so sánh hai tỉ số $\frac{DA}{DB}, \frac{D'A'}{D'B'}$.



Câu 3. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'D'$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (ABCD) theo phương $A'B$.

Câu 4. Cho mặt phẳng (P), tam giác ABC và đường thẳng l cắt mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng AB, BC, CA đều không song song hoặc trùng với đường thẳng l . Xác định hình chiếu song song của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương l trong mỗi trường hợp sau:

a) Mặt phẳng (ABC) không song song với l ;

b) Mặt phẳng (ABC) song song hoặc chứa l .

Câu 5. Cho hình thang ABCD có đáy lớn AB và $AB = 2CD$, hình chiếu song song của ABCD là tứ giác $A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $A'B'C'D'$ cũng là một hình thang và $A'B' = 2C'D'$.

Thầy Trần Ngọc Hà