

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:..... Ngày học:.....

CA 1

Câu 7. Tìm $\lim(\sqrt{n^4+n^2+1}-\sqrt[3]{n^6+1})$.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 0.

Đáp án B

Cách 1. $\lim(\sqrt{n^4+n^2+1}-\sqrt[3]{n^6+1}) = \lim(\sqrt{n^4+n^2+1}-n^2+n^2-\sqrt[3]{n^6+1})$

Trong đó

• $\lim(\sqrt{n^4+n^2+1}-n^2) = \lim \frac{(\sqrt{n^4+n^2+1}-n^2)(\sqrt{n^4+n^2+1}+n^2)}{\sqrt{n^4+n^2+1}+n^2} = \lim \frac{n^2+1}{\sqrt{n^4+n^2+1}+n^2}$

$= \lim \frac{1+\frac{1}{n^2}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+1} = \frac{1}{2}$

• $\lim(n^2-\sqrt[3]{n^6+1}) = \lim \frac{(n^2-\sqrt[3]{n^6+1})(n^4+n^2\sqrt[3]{n^6+1}+\sqrt[3]{(n^6+1)^2})}{n^4+n^2\sqrt[3]{n^6+1}+\sqrt[3]{(n^6+1)^2}}$

$= \lim \frac{-1}{n^4+n^2\sqrt[3]{n^6+1}+\sqrt[3]{(n^6+1)^2}} = \lim \frac{-\frac{1}{n^4}}{1+\sqrt[3]{1+\frac{1}{n^6}}+\sqrt[3]{(1+\frac{1}{n^6})^2}} = 0$

Suy ra $\lim(\sqrt{n^4+n^2+1}-\sqrt[3]{n^6+1}) = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$.

Cách 2. Thêm bớt lượng $2n$, tách thành hai biểu thức, trong đó 1 biểu thức chứa căn bậc hai, một biểu thức chứa căn bậc 3. Nhân với một lượng liên hợp, sau đó rút gọn

Câu 8. Tìm $\lim \frac{\sqrt{n^2+n}-n}{\sqrt{4n^2+3n}-2n}$.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $+\infty$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 0.

Đáp án C

Cách 1. Ta có

$$\bullet \quad \lim(\sqrt{n^2+n}-n) = \lim \frac{(\sqrt{n^2+n}-n)(\sqrt{n^2+n}+n)}{\sqrt{n^2+n}+n} = \lim \frac{n}{\sqrt{n^2+n}+n} = \lim \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet \quad \lim(\sqrt{4n^2+3n}-2n) = \lim \frac{(\sqrt{4n^2+3n}-2n)(\sqrt{4n^2+3n}+2n)}{\sqrt{4n^2+3n}+2n} = \lim \frac{3n}{\sqrt{4n^2+3n}+2n}$$

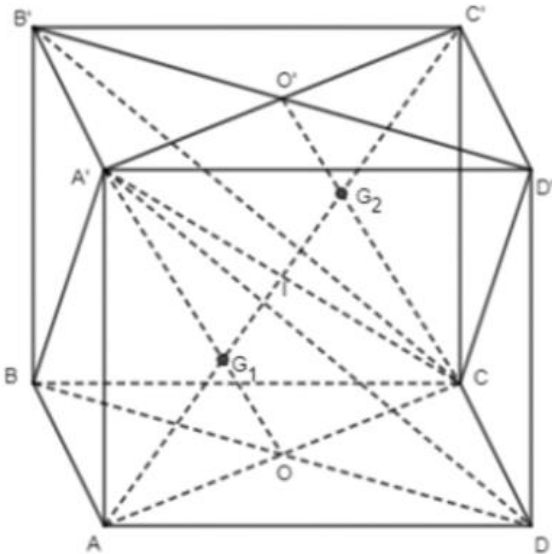
$$= \lim \frac{3}{\sqrt{4+\frac{3}{n}}+2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Suy ra } \lim \frac{\sqrt{n^2+n}-n}{\sqrt{4n^2+3n}-2n} = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3}.$$

Cách 2. Tính giới hạn của tử và giới hạn của mẫu bằng cách nhân với một lượng liên hợp, sau đó rút gọn

CA 2

Câu 1. Cho hình hộp ABCD·A'B'C'D'. Gọi G₁ và G₂ lần lượt là trọng tâm của hai tam giác BDA' và B'D'C. Chứng minh G₁ và G₂ chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.



Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD, O' là giao điểm của A'C' và B'D', I là giao điểm của AC' và A'C

Tứ giác AA'C'C là hình bình hành có I là trung điểm A'C và I cũng là trung điểm của AC'

+) Trong tam giác BA'D có: G_1 là trọng tâm tam giác và A'O là đường trung tuyến nên $G_1 \in A'O$ thỏa

$$\text{mãn: } A'G_1 = \frac{2}{3} A'O$$

+) Trong tam giác B'CD có: G_2 là trọng tâm tam giác và CO' là đường trung tuyến nên $G_2 \in CO'$ thỏa

$$\text{mãn: } CG_2 = \frac{2}{3} CO'$$

+) +) Trong tam giác A'AC có $G_1 \in A'O$ thỏa mãn: $A'G_1 = \frac{2}{3} A'O$ nên G_1 là trọng tâm tam giác

AA'C nên $AG_1 = \frac{2}{3} AI$ mà I là trung điểm của AC thì $AI = \frac{1}{2} AC$, suy ra $AG_1 = \frac{1}{3} AC$

+) Tương tự trong tam giác A'CC' có: $AG_2 = \frac{1}{3} AC$

$$\text{Vì vậy } G_1G_2 = \frac{1}{3} AC$$