

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI**  
**HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Ca 1**

**Câu 1.** Cho các số  $a, b$  dương. Chứng minh rằng:  $2(a^5 + b^5) \geq (a^4 + b^4)(a + b)$

HD:

$$2(a^5 + b^5) \geq (a^4 + b^4)(a + b) \Leftrightarrow 2a^5 + 2b^5 - (a^4 + b^4)(a + b) \geq 0$$

$$\text{Ta có: } 2a^5 + 2b^5 - (a^4 + b^4)(a + b) = 2a^5 + 2b^5 - a^5 - b^5 - a^4b - b^4a$$

$$= (a^5 - a^4b) - (ab^4 - b^5) = a^4(a - b) - b^4(a - b)$$

$$= (a - b)(a^4 - b^4) = (a - b)(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

$$= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) \geq 0 \text{ với mọi } a, b > 0.$$

Dấu = xảy ra khi  $a = b$ .

**Câu 2.** Với  $a, b, c > 0$ , chứng minh:  $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \geq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$ .

HD:

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \geq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 2bc - 2ac + 2ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a + b - c)^2 \geq 0$$

**Ca 2**

**Câu 15.** Cho tam giác ABC cân tại A có AH là đường cao. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Biết  $AB = 15\text{cm}, BC = 18\text{cm}$ .

- Tính diện tích tam giác ABC và độ dài đoạn thẳng MN.
- Gọi E là điểm đối xứng của H qua M. Chứng minh tứ giác AHBE là hình chữ nhật.
- Gọi F là điểm đối xứng của A qua H. Hỏi tứ giác ABFC là hình gì ?
- Gọi K là hình chiếu của H trên FC, I là trung điểm của HK. Chứng minh  $BK \perp IF$ .

HD:

a) Vì tam giác ABC cân tại A nên đường cao AH đồng thời là đường trung tuyến

⇒ H là trung điểm của BC

$$\Rightarrow HB = HC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.18 = 9(\text{cm}).$$

Xét tam giác AHB vuông tại H, theo định lí Py-ta-go ta có:

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12(\text{cm}).$$

Diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.12.18 = 108(\text{cm}^2).$$

Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên

$$MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.18 = 9(\text{cm}).$$

b) Xét tứ giác AHBE có EH và AB cắt nhau tại trung điểm M của mỗi đường

⇒ Tứ giác AHBE là hình bình hành.

Mà  $\widehat{AHB} = 90^\circ$

⇒ Tứ giác AHBE là hình chữ nhật.

c) Xét tứ giác ABFC có AF và BC cắt nhau tại trung điểm H của mỗi đường

⇒ Tứ giác ABFC là hình bình hành.

Mà  $AF \perp BC \Rightarrow$  hình bình hành ABFC là hình thoi.

d) Gọi P là trung điểm của CK.

Ta có: IP là đường trung bình của tam giác HCK

⇒  $IP \parallel CH$ .

Mà  $CH \perp HF \Rightarrow IP \perp HF$ .

Xét tam giác HPF có  $PI \perp HF, HK \perp PF$ , PI và HK cắt nhau tại I

⇒ I là trực tâm của tam giác HPF.

⇒  $FI \perp HP$ . (1)

Xét tam giác BCK có H là trung điểm của BC, P là trung điểm của CK

⇒ HP là đường trung bình của tam giác BCK

⇒  $HP \parallel BK$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $FI \perp BK$ .

