

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI
BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG CHỨNG MINH ĐBT
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Phép biến đổi tương đương:

+ Quy tắc chuyển vế : Chuyển vế đổi dấu! (đẳng thức và ĐBT)

+ Quy tắc nhân với 1 số khác 0:

- Nhân với số dương: $a \geq b \Leftrightarrow a.c \geq b.c$ nếu $c > 0$.

- Nhân với số âm: $a \geq b \Leftrightarrow a.c \leq b.c$ nếu $c < 0$.

+ Quy tắc bình phương: $a \geq b \Leftrightarrow a^2 \geq b^2$ nếu $a, b > 0$.

Phương pháp: Chứng minh $A \geq B \Leftrightarrow A - B \geq 0$.

+ Phân tích hiệu $A - B$ thành nhân tử rồi xét các thừa số.

+ Hoặc phân tích $A - B$ về dạng tổng các bình phương.

Câu 1. Cho a, b, c là các số thực. CMR:

a) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + cd$

b) $3(ab + bc + ca) \leq (a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$.

Áp dụng chứng minh:

c) $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a + b + c)$.

d) $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a + b + c)$

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn ĐK $a + b + c = abc$.

CM: $a + b + c \geq 3\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$.

Câu 3. Với mọi số thực a, b, c chứng tỏ: $\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \geq b(a - c) + c(a - b)$.

Câu 4. a) Chứng minh với 2 số a, b khác 0 và cùng dấu thì $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$.

b) Cho a, b là hai số thực. CMR: $4ab \leq (a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$

Câu 5. Cho a, b là các số thực dương. CMR: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a + b}$.

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI
BÀI TOÁN HÌNH VUÔNG (tiếp)
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường trung tuyến AM. Kẻ MH, MK lần lượt vuông góc với AB và AC (H thuộc AB và K thuộc AC).

- Chứng minh tứ giác AKMH là hình chữ nhật
- Chứng minh tứ giác BHKM là hình bình hành
- Gọi E là trung điểm của MH, gọi F là trung điểm của MK. Đường thẳng HK cắt AE, AF lần lượt tại I và J. Chứng minh $HI = KJ$.
- Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Giả sử tam giác ABG vuông tại G và $AB = 4\sqrt{3}$ (cm). Tính độ dài EF.

Câu 10. Cho tam giác ABC nhọn ($AB > AC$) có góc B bằng 45° và vẽ đường cao AH. Gọi M là trung điểm AB. P là điểm đối xứng với H qua M.

- Chứng minh AHBP là hình vuông.
- Vẽ đường cao BK của tam giác ABC. Chứng minh $HP = 2MK$.
- Gọi D là giao điểm AH và BK. Qua D và C vẽ các đường thẳng lần lượt song song với BC và AH sao cho chúng cắt nhau tại Q. Chứng minh P, K, Q thẳng hàng.
- Chứng minh các đường thẳng CD, AB và PQ đồng quy.

Câu 12. Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi I là trung điểm của cạnh

BC. Qua I vẽ $IM \perp AB$ tại M và $IN \perp AC$ tại N.

- Chứng minh tứ giác AMIN là hình chữ nhật
- Gọi D là điểm đối xứng của I qua N. Chứng minh tứ giác ADCI là hình thoi.
- Đường thẳng BN cắt DC tại K. Chứng minh $\frac{DK}{DC} = \frac{1}{3}$

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH, gọi D là trung điểm của AC, lấy điểm E đối xứng với H qua D.

- Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật.
- Qua A kẻ AI song song với HE (I thuộc đường thẳng BC). Chứng minh tứ giác AEHI là hình bình hành.
- Trên tia đối của tia HA lấy điểm K sao cho $AH = HK$. Chứng minh: AK là tia phân giác của góc IAC.
- Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác CAIK là hình vuông, khi đó tứ giác AHCE là hình gì?

Câu 14. Cho hình bình hành MNPQ có $MN = 2MQ$ và $\widehat{M} = 120^\circ$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của MN, PQ và A là điểm đối xứng của Q qua M.

- Tứ giác MIKQ là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh tam giác AMI là tam giác đều.
- Chứng minh tứ giác AMPN là hình chữ nhật.

VINASTUDY.VN