TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học: ....

ĐẠI SỐ

Câu 7. Ams 2015. *Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^3+2y^3=10x-10y \end{cases}$

HD:

Ta có:

$$\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^3+2y^3=10x-10y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10(x-y)(x^2+y^2)=5(x^3+2y^3) \\ x^2+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3-2x^2y+2xy^2-2y^3=x^3+2y^3 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3-2x^2y+2xy^2-4y^3=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2+2y^2)(x-2y)=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ (2y)^2+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Câu 8. Giải hệ : $\begin{cases} x(x+y+1)-3=0 \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases}$.

HD:

Điều kiện: $x \neq 0$

Từ hpt ta có: $\begin{cases} x+y+1=\dfrac{3}{x} & (1) \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 & (2) \end{cases}$

Thế $x+y=\dfrac{3}{x}-1$ từ pt (1) vào pt (2) ta có: $\left(\dfrac{3}{x}-1\right)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{x^2}-\frac{6}{x}+1-\frac{5}{x^2}+1=0 \Leftrightarrow \frac{4}{x^2}-\frac{6}{x}+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{x}=1 \\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{x}=1 \\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

Vậy hệ có nghiệm (x; y) là: $(1;1), \left(2; x=-\dfrac{3}{2}\right)$

HÌNH HỌC

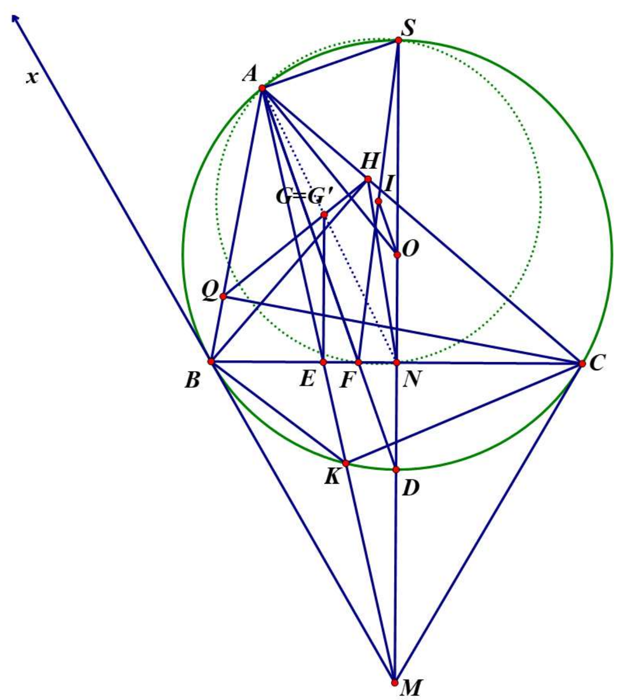
Câu 5. Cho tam giác nhọn ABC với $AB < AC$ nội tiếp đường tròn (O). Gọi BH và CQ là hai đường cao của tam giác ABC. Tiếp tuyến tại B và tại C của đường tròn (O) cắt nhau tại M. Đoạn thẳng OM cắt BC và cắt đường tròn (O) lần lượt tại N và D. Tia AD cắt BC tại F; AM cắt BC tại E và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K (K khác A).

1) Chứng minh rằng: $AB.KC = AC.KB$ và $\widehat{ABM} = \widehat{AHN}$.

2) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AFN. Chứng minh $\widehat{IOM} + \widehat{ADN} = 180^0$.

3) Qua *E* kẻ đường thẳng vuông góc với *BC* cắt *QH* tại *G*. Chứng minh ba điểm A, G, N thẳng hàng.

HD:



a) Trong (O) có: $\widehat{MBK} = \widehat{BAK}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn $\overset{\frown}{BK}$)

Xét $\triangle MBK$ và $\triangle MAB$ có: $\widehat{MBK} = \widehat{BAK}$ và chung $\widehat{BMK} \Rightarrow \triangle MBK$ và $\triangle MAB$ đồng dạng.

$\Rightarrow \dfrac{BK}{AB} = \dfrac{MB}{MA}$ (1)

Tương tự chứng minh được $\triangle MCK$ và $\triangle MAC$ đồng dạng. $\Rightarrow \dfrac{CK}{AC} = \dfrac{MC}{MA}$

Do MB; MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MB = MC$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\dfrac{BK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \Rightarrow AB \cdot CK = AC \cdot BK$

Trong (O) có: $\widehat{ACB}=\widehat{ABx}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn $\overset{\frown}{AB}$)

Có $MB=MC; OB=OC\Rightarrow OM$ là đường trung trực của $BC\Rightarrow N$ là trung điểm của BC

Do BH là đường cao của $\triangle ABC$ nên $\triangle BHC$ vuông tại H, mà N là trung điểm của BC

nên $NB=NC=NH$ nên $\triangle NHC$ cân tại $N\Rightarrow \widehat{NHC}=\widehat{ACB}$. Do đó $\widehat{NHC}=\widehat{ABx}$

Ta có $\widehat{NHC}+\widehat{AHN}=180^\circ; \widehat{ABx}+\widehat{ABM}=180^o; \widehat{NHC}=\widehat{ABx}\Rightarrow \widehat{AHN}=\widehat{ABM}$

b) Kẻ tia MO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là S khác điểm $D\Rightarrow SN\perp BC\Rightarrow \widehat{FNS}=90^\circ$

$\Rightarrow N$ thuộc đường tròn đường kính FS

Trong (O) có: $\widehat{DAS}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{FAS}=90^\circ$

$\Rightarrow A$ thuộc đường tròn đường kính FS

Do đó 4 điểm A, F, N, S cùng thuộc đường tròn đường kính FS.

Suy ra tâm I của đường tròn ngoại tiếp $\triangle AFN$ là trung điểm của FS

Trong ΔDFS có I là trung điểm của FS ; O là trung điểm của $DS\Rightarrow OI$ là đường trung bình

$\Rightarrow OI//DF\Rightarrow OI//AD\Rightarrow \widehat{IOM}+\widehat{ADN}=180^\circ$

c) Gọi G' là giao điểm của AN và QH

Chứng minh được $\triangle ABH$ và $\triangle BMN$ đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{AH}{BN}=\dfrac{AB}{BM}$, mà $NB=NH$

$\Rightarrow \dfrac{AH}{NH}=\dfrac{AB}{BM}$ mà $\widehat{AHN}=\widehat{ABM}$ suy ra $\triangle AHN$ và $\triangle ABM$ đồng dạng.

Do đó $\widehat{NAH}=\widehat{MAB}$ hay $\widehat{G'AH}=\widehat{EAB}$

Chứng minh được $\triangle AQC$ và $\triangle AHB$ đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{AQ}{AH}=\dfrac{AC}{AB}$,

suy ra $\triangle AQH$ và $\triangle ACB$ đồng dạg. Do đó $\widehat{AHQ}=\widehat{ABC}$ hay $\widehat{AHG'}=\widehat{ABE}$

Từ (4) và (5) suy ra $\triangle AHG'$ 'và $\triangle ABE$ đồng dạng

$\Rightarrow \dfrac{AG'}{AE}=\dfrac{AH}{AB}$ mà $\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{AN}{AM}$ (do $\triangle AHN$ và $\triangle ABM$ đồng dạng)

$\Rightarrow \dfrac{AG'}{AE}=\dfrac{AN}{AM}$. Theo định lí Ta-lét đảo suy ra $EG'//MN$

Ta có $EG//MN$ (vì cùng vuông góc với $B C). Do đó E, G, G' thẳng hàng,

mà $G, G'\in QH$ suy ra G' và G trùng nhau. Vậy ba điểm A, G, N thẳng hàng.