

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 10
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

CA 1

Câu 1. Tìm m để mọi $x \in [0; +\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình $(m^2 - 1)x^2 - 8mx + 9 - m^2 \geq 0$

- A. $m \in \emptyset$. B. $m \in [-3; -1]$. C. $m \in (-3; -1)$. D. $m \in \{-3; -1\}$.

Hướng dẫn

$$(m^2 - 1)x^2 - 8mx + 9 - m^2 \geq 0 \quad (1)$$

$$+) \quad m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Với $m = 1$ bất phương trình (1) có dạng $-8x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$. Do đó $m = 1$ không thỏa mãn.

Với $m = -1$ bất phương trình (1) có dạng $8x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$. Do đó $m = -1$ là một giá trị cần tìm.

+) $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$. Khi đó vế trái là tam thức bậc hai có $\Delta' = m^4 + 6m^2 + 9 > 0 \forall m$ nên tam thức luôn có 2 nghiệm $x_1 < x_2$.

Suy ra mọi $x \in [0; +\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình $(m^2 - 1)x^2 - 8mx + 9 - m^2 \geq 0$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ x_1 < x_2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{8m}{m^2 - 1} < 0 \\ x_1 x_2 = \frac{9 - m^2}{m^2 - 1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \\ 0 < m < 1 \\ m < -1 \\ -3 \leq m < -1 \\ 1 < m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m < -1.$$

Từ đó suy ra $m \in [-3; -1]$.

Câu 5. Cho S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình

$$\frac{(m+1)x^2 + (4m+2)x + 4m+4}{mx^2 + 2(m+1)x + m} \leq 1 \text{ có tập nghiệm là } \mathbb{R}. \text{ Tính số phần tử của tập hợp } S.$$

- A. 1. B. 0. C. 10. D. vô số.

Hướng dẫn

Chọn A

Nhận thấy, bất phương trình cho có tập nghiệm là \mathbb{R} thì phải có tập xác định là \mathbb{R} , tức là phương trình

$$mx^2 + 2(m+1)x + m = 0 \quad (1) \text{ vô nghiệm}$$

* Xét $m = 0$: không thỏa mãn (1) vô nghiệm.

* Xét $m \neq 0$: (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_{(1)} = 2m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ (2)

Khi đó $mx^2 + 2(m+1)x + m < 0, \forall x$, nên bất phương cho

$$\Leftrightarrow (m+1)x^2 + (4m+2)x + 4m + 4 \geq mx^2 + 2(m+1)x + m \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 3m + 4 \geq 0 \quad (3)$$

Vậy bất phương trình cho có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'_{(3)} = m^2 - 3m - 4 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-1; 4]$.

Đối chiếu với (2) ta được $m \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right)$. Vậy $S = \{-1\}$.

Suy ra số phần tử của tập hợp S là 1.

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để biểu thức $\frac{-x^2 + 4x - 5}{x^2 + 2mx + 4} < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 19.

B. 20.

C. 3.

D. 5.

Hướng dẫn

Ta thấy $-x^2 + 4x - 5 = -(x^2 - 4x + 4) - 1 = -(x-2)^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên biểu thức $\frac{-x^2 + 4x - 5}{x^2 + 2mx + 4} < 0$ với

mọi $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 + 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 số nguyên m thỏa mãn đề bài.

CA 2

Câu 1. Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính các tích vô hướng sau:

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

Hướng dẫn

a) Do ABCD là hình vuông nên $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC vuông tại B :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}a$$

Khi đó:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = a \cdot \sqrt{2}a \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot \sqrt{2}a \cdot \cos 45^\circ = a^2$$

b) ABCD là hình vuông nên hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau.

Do đó $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}$ nên $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$