TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Câu 6. (Mã 110 2017) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\ln x}{x}$. Tính: $I=F(e)-F(1)$?

A. $I=\frac{1}{2}$ **B.** $I=\frac{1}{e}$ **C.** $I=1$ **D.** $I=e$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa tích phân:

$$I=F(e)-F(1)=\int_1^e f(x)\mathrm{d}x=\int_1^e \frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int_1^e \ln x.d(\ln x)=\left.\frac{\ln^2 x}{2}\right|_1^e=\frac{1}{2}.$$

Câu 7. Tích phân $\int_0^1 (3x+1)(x+3)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 (3x+1)(x+3)\mathrm{d}x=\int_0^1 (3x^2+10x+3)\mathrm{d}x=\left(x^3+5x^2+3x\right)\Big|_0^1=9$.

Vậy : $\int_0^1 (3x+1)(x+3)\mathrm{d}x=9$.

Câu 11. (Mã 101 2018) $\int_1^2 \mathrm{e}^{3x-1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^5+\mathrm{e}^2\right)$ **B.** $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2\right)$ **C.** $\frac{1}{3}\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2$ **D.** $\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^2 \mathrm{e}^{3x-1}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x-1}\Big|_1^2=\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2\right)$.

Câu 13. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1, \forall x\in\mathbb{R}$ Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng.

A. $\frac{\pi^2+16\pi+16}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2+4}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2+14\pi}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$f(x)=\int(2\cos^2 x+1)dx=\int\left(2\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)+1\right)dx=\int\cos 2x+2\,dx$$

$$=\int\cos 2xdx+\int 2dx=\frac{\sin 2x}{2}+2x+C.$$

Lại có $f(0)=4\Leftrightarrow C=4\Rightarrow f(x)=\frac{\sin 2x}{2}+2x+4.$

$$\Rightarrow\int_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\sin 2x}{2}+2x+4\right)dx=\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 2xd(2x)+\int_0^{\frac{\pi}{4}}2xdx+\int_0^{\frac{\pi}{4}}4dx$$

$$=\frac{-\cos 2x}{4}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+(x^2+4x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}.$$

Câu 14. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Biết $\int_1^2\frac{dx}{(x+1)(2x+1)}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có:

$$\int_1^2\frac{dx}{(x+1)(2x+1)}=\int_1^2\left(\frac{2}{2x+1}-\frac{1}{x+1}\right)dx=2\int_1^2\frac{1}{2x+1}dx-\int_1^2\frac{1}{x+1}dx$$

$$=2.\frac{1}{2}\ln|2x+1|\Big|_1^2-\ln|x+1|\Big|_1^2=\ln(2x+1)\Big|_1^2-\ln(x+1)\Big|_1^2=\ln 5-\ln 3-(\ln 3-\ln 2)$$

$$=\ln 2-2\ln 3+\ln 5.$$

Do đó: $a=1, b=-2, c=1$. Vậy $a+b+c=1+(-2)+1=0$.

Câu 15. (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Cho biết $\int_0^2\frac{x-1}{x^2+4x+3}dx=a\ln 5+b\ln 3$, với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $T=a^2+b^2$ bằng

A. 13. **B.** 10. **C.** 25. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{x-1}{x^2+4x+3}=\frac{x-1}{x+1\ \ x+3}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x+3}$

$$A=\frac{x-1}{x+3}\Big|_{x=-1}=-1, B=\frac{x-1}{x+1}\Big|_{x=-3}=2$$

$$\int_0^2\frac{x-1}{x^2+4x+3}dx=\int_0^2\left(\frac{-1}{x+1}+\frac{2}{x+3}\right)dx=-\ln|x+1|\Big|_0^2+2\ln|x+3|\Big|_0^2=-\ln 3+2\ln 5-2\ln 3$$

$$=2\ln 5-3\ln 3=a\ln 5+b\ln 3$$

$$\Rightarrow a=2, b=-3\Rightarrow T=13.$$

Câu 20. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Biết $\int_2^3 f(x)dx=4$ và $\int_2^3 g(x)dx=1$. Khi đó: $\int_2^3[f(x)-g(x)]dx$ bằng:

A. -3. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_2^3 [f(x)-g(x)]dx=\int_2^3 f(x)dx-\int_2^3 g(x)dx=4-1=3$

Câu 21. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Biết $\int_0^1 [f(x)+2x]dx=3$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1 [f(x)+2x]dx=3\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)dx+2\int_0^1 xdx=3\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)dx+2.\frac{x^2}{2}\Big|_0^1=3.$

Suy ra $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3-x^2\Big|_0^1=3-(1-0)=2.$

Câu 22. (Sở Thanh Hóa - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=9;\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=4.$

Tính $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=5$. **B.** $I=36$. **C.** $I=\frac{9}{4}$. **D.** $I=13$.

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=9+4=13.$

Câu 23. (Mã 104 2017) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}[f(x)+2\sin x]\mathrm{d}x=5$.

A. $I=7$ **B.** $I=5+\frac{\pi}{2}$ **C.** $I=3$ **D.** $I=5+\pi$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}[f(x)+2\sin x]\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x+2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x-2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=5-2(0-1)=7.$

Câu 24. (THPT Hàm Rồng Thanh Hóa 2019) Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_5^{-2} g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính

$I=\int_{-2}^5[f(x)-4g(x)-1]\mathrm{d}x$

A. 13. **B.** 27. **C.** -11. **D.** 3.

Lời giải

$$I=\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]dx=\int_{-2}^{5}f(x)dx-\int_{-2}^{5}4g(x)dx-\int_{-2}^{5}dx=\int_{-2}^{5}f(x)dx-4\int_{-2}^{5}g(x)dx-\int_{-2}^{5}dx$$

$$=\int_{-2}^{5}f(x)dx+4\int_{5}^{-2}g(x)dx-\int_{-2}^{5}dx=8+4.3-x\Big|_{-2}^{5}=8+4.3-7=13.$$

Câu 28. Cho $\int\ln\left(x^2-x\right)dx=F(x),F(2)=2\ln 2-4$. Khi đó $I=\int_2^3\left[\frac{F(x)+2x+\ln(x-1)}{x}\right]dx$ bằng

A. $3\ln 3-3$. **B.** $3\ln 3-2$. **C.** $3\ln 3-1$. **D.** $3\ln 3-4$

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=\ln\left(x^2-x\right)\\ v'=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u'=\frac{2x-1}{x^2-x}\\ v=x\end{cases}$

Suy ra $F(x)=\int\ln\left(x^2-x\right)dx=x\ln\left(x^2-x\right)-\int\frac{2x-1}{x-1}dx=x\ln\left(x^2-x\right)-2x-\ln|x-1|+C$

$F(2)=2\ln 2-4\Rightarrow C=0$ suy ra $F(x)=x\ln\left(x^2-x\right)-2x-\ln|x-1|$

Khi đó: $I=\int_2^3\left[\frac{F(x)+2x+\ln(x-1)}{x}\right]dx=\int_2^3\ln\left(x^2-x\right)dx=F(3)-F(2)=3\ln 3-2$.

Câu 29. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Xét $\int_0^2 xe^{x^2}dx$, nếu đặt $u=x^2$ thì $\int_0^2 xe^{x^2}dx$ bằng

A. $2\int_0^2 e^u du$. **B.** $2\int_0^4 e^u du$. **C.** $\frac{1}{2}\int_0^2 e^u du$. **D.** $\frac{1}{2}\int_0^4 e^u du$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u=x^2\Rightarrow du=2xdx\Leftrightarrow xdx=\frac{du}{2}$.

Khi $x=0\Rightarrow u=0$, khi $x=2\Rightarrow u=4$.

Do đó $\int_0^2 xe^{x^2}dx=\frac{1}{2}\int_0^4 e^u du$.

Câu 30. (THPT Nguyễn Viết Xuân - 2020) Biết $\int_0^1 x\ln\left(x^2+1\right)dx=a\ln 2-\frac{b}{c}$ (với $a,b,c\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính $P=13a+10b+84c$.

A. 193. **B.** 191. **C.** 190. **D.** 189.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $\begin{cases}u=\ln\left(x^2+1\right)\\ dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{2x}{x^2+1}dx\\ v=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\end{cases}$

Khi đó: $\int_0^1 x\ln\left(x^2+1\right)dx=\left(\frac{x^2+1}{2}\right)\ln\left(x^2+1\right)\Big|_0^1-\int_0^1 xdx=\ln 2-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow a=1,b=1,c=2$. Vậy $P=13a+10b+84c=191$.

Câu 32. (Sở Bà Rịa – Vũng Tàu – 2023) Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x dx}{2\cos^3 x} = a\pi + b\sqrt{3}$ với a,b là các số hữu tỷ. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x dx}{2\cos^3 x} = \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\tan x dx}{2\cos^2 x}$.

Đặt $\begin{cases} u = \frac{x}{2} \\ dv = \frac{\tan x}{\cos^2 x}dx = \tan x d(\tan x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{2}dx \\ v = \frac{\tan^2 x}{2} \end{cases}$

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\tan x dx}{2\cos^2 x} = \frac{x}{4}\tan^2 x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \frac{1}{4}\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx$$

Suy ra $= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)dx$

$$= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}(\tan x - x)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Do đó $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{1}{4} \Rightarrow a+b = \frac{1}{12}$.

VINASTUDY.VN