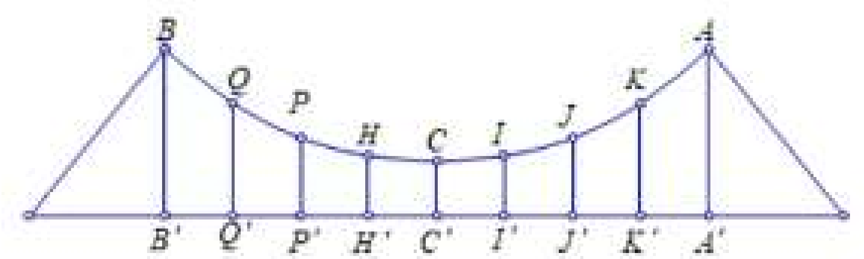
TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 10
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

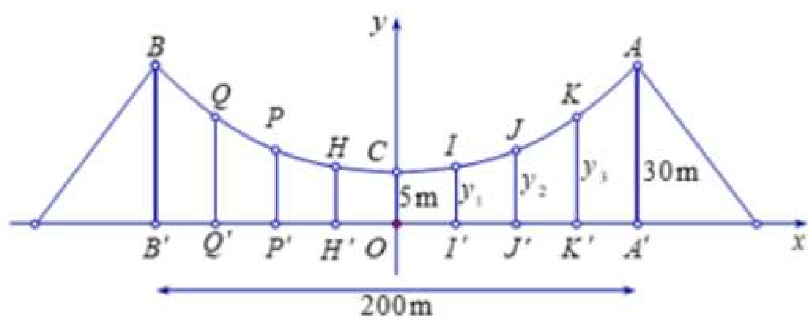
Họ và tên:...Ngày học:...

CA 1

Câu 1: Dây truyền đỡ trên cầu treo có dạng Parabol A C B như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A, B trên mỗi trục AA' và B' với độ cao $30\,\text{m}$. Chiều dài đoạn $A'B'$ trên nền cầu bằng $200\,\text{m}$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là $C'C = 5m$. Gọi Q', P', H', C', I', J', K' là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền: QQ', $\text{PP}', \text{HH}, \text{C}'\text{C}, \text{II}', \text{JJ}', \text{KK}$ gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo?



Giả sử Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó parabol đi qua điểm $A(100;30)$, và có dỉnhC $(0;5)$. Đoạn $A'B'$ chia làm 8 phần, mỗi phần $25\,\text{m}$.

Suy ra

$$\begin{cases} 30 = 10000a + 100b + c \\ \dfrac{-b}{2a} = 0 \\ 5 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \dfrac{1}{400}x^2 + 5$$

Khi đó, tổng độ dài của các dây cáp treo bằng

$$OC + 2y_1 + 2y_2 + 2y_3 = 5 + 2\left(\frac{1}{400}\cdot 25^2 + 5\right) + 2\left(\frac{1}{400}\cdot 50^2 + 5\right) + 2\left(\frac{1}{400}\cdot 75^2 + 5\right) = 78,75(\text{m})$$

CA 2

Câu 6. Cho tam giác ABC và G là trọng tâm của tam giác. Với mỗi điểm M, chứng minh rằng $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$.

Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Ta có: $\mathrm{MA}^2 + \mathrm{MB}^2 + \mathrm{MC}^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2$

$= \overrightarrow{MG}^2 + 2\cdot\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{MG}^2 + 2\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB}^2 + \overrightarrow{MG}^2 + 2\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC}^2$

$= 3\overrightarrow{MG}^2 + \left(\overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{GB}^2 + \overrightarrow{GC}^2\right) + (2\cdot\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GC})$

$= 3MG^2 + \left(GA^2 + GB^2 + GC^2\right) + 2\cdot\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + \left(GA^2 + GB^2 + GC^2\right)$