

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  
**ÔN TẬP TỔNG HỢP**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Bài 1.**

a) Giải phương trình  $\sqrt{x^2 + 2x + 6} + x^2 = \sqrt{2x + 2} - x + 3$ .

b) Cho  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn đồng thời các điều kiện  $\frac{a^2}{a^2 + 1} = b$ ,  $\frac{8b^2}{4b^2 + 1} = c$  và  $\frac{2c^2}{c^2 + 1} = a$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = a + b + c$ .

**Bài 2.**

a) Tìm tất cả số nguyên dương  $n$  để  $3n + 1$  và  $12n - 11$  là các số chính phương.

b) Cho  $P(x) = a_0x^{2022} + a_1x^{2021} + a_2x^{2020} + \dots + a_{2022}$  là đa thức với hệ số thực thỏa mãn đồng thời các điều kiện  $P(k) = \frac{1}{k+1}$ , với  $k = 0, 1, 2, \dots, 2022$ . Tính giá trị  $P(2023)$ .

**Bài 3.** Với  $a, b, c$  là các số nguyên dương thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 16$ , tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}$ .

**Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt**

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  
**CHỨNG MINH ĐI QUA ĐIỂM CỐ ĐỊNH (Tiếp)**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 5.** Cho đường tròn  $(O;R)$  và dây cung  $AB$  cố định,  $AB = R\sqrt{2}$ . Điểm  $P$  di động trên dây  $AB$  ( $P$  khác  $A$  và  $B$ ). Gọi  $(C;R_1)$  là đường tròn đi qua  $P$  và tiếp xúc với đường tròn  $(O;R)$  tại  $A$ ,  $(D;R_2)$  là đường tròn đi qua  $P$  và tiếp xúc với đường tròn  $(O;R)$  tại  $B$ . hai đường tròn  $(C;R_1)$  và  $(D;R_2)$  cắt nhau tại điểm thứ hai là  $M$ .

- Trong trường hợp  $P$  không trùng với trung điểm dây  $AB$ , chứng minh  $OM \parallel CD$  và 4 điểm  $C, D, O, M$  cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh khi  $P$  di động trên dây  $AB$  thì điểm  $M$  di động trên đường tròn cố định và đường thẳng  $MP$  luôn đi qua một điểm cố định  $N$
- Tìm vị trí của  $P$  để tích  $PM.PN$  lớn nhất? diện tích tam giác  $AMB$  lớn nhất?

**Câu 6.** Cho đường tròn tâm  $O$  và dây cung  $AB$  cố định ( $O \notin AB$ ).  $P$  là điểm di động trên đoạn thẳng  $AB$  ( $P \neq A, B$  và  $P$  khác trung điểm  $AB$ ). Đường tròn tâm  $C$  đi qua điểm  $P$  tiếp xúc với đường tròn  $(O)$  tại  $A$ . Đường tròn tâm  $D$  đi qua điểm  $P$  tiếp xúc với đường tròn  $(O)$  tại  $B$ . Hai đường tròn  $(C)$  và  $(D)$  cắt nhau tại  $N$  ( $N \neq P$ ).

- Chứng minh rằng  $\widehat{ANP} = \widehat{BNP}$  và bốn điểm  $O, D, C, N$  cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn  $ON$  luôn đi qua điểm cố định khi  $P$  di động.

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , một điểm  $I$  chuyển động trên cung  $BC$  không chứa điểm  $A$  ( $I$  không trùng với  $B$  và  $C$ ). Đường thẳng vuông góc với  $IB$  tại  $I$  cắt đường thẳng  $AC$  tại  $E$ , đường thẳng vuông góc với  $IC$  tại  $I$  cắt đường thẳng  $AB$  tại  $F$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $EF$  luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 8.** Cho đường tròn  $O$ , dây cung  $BC$  cố định. Điểm  $A$  trên cung nhỏ  $BC$ ,  $A$  không trùng với  $B, C$  và điểm chính giữa của cung nhỏ  $BC$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên đoạn thẳng  $BC$ ;  $E, F$  thứ tự là hình chiếu của  $B$  và  $C$  trên đường kính  $AA'$ . Chứng minh rằng:

- Hai tam giác  $HEF$  và  $ABC$  đồng dạng với nhau
- Hai đường thẳng  $HE$  và  $AC$  vuông góc với nhau
- Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $HEF$  là điểm cố định khi  $A$  chuyển động trên cung nhỏ  $BC$ .

**Giáo viên: Thầy Trần Ngọc Hà**

VINASTUDY.VN