

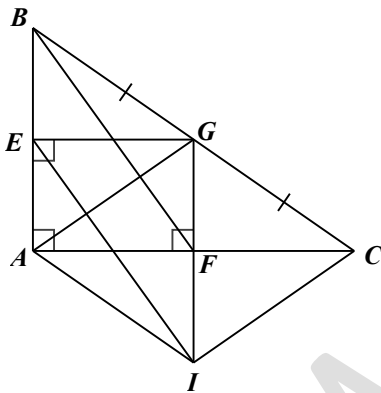
TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO – NỀN TẢNG CHUYÊN LỚP 8
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

CA 1

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông ở A . Gọi G là trung điểm của BC . Qua G kẻ $GE \perp AB$ ($E \in AB$) và $GF \perp AC$ ($F \in AC$). Từ E kẻ đường thẳng song song với BF , đường thẳng này cắt GF tại I .

- a) Chứng minh tứ giác $BEIF$ là hình bình hành.
b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $AGCI$ là hình vuông.

HD:



a) Ta có $GF \perp AC$ và $AB \perp AC$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A) nên $GF \parallel AB$.

Xét tứ giác $BEIF$ có $BE \parallel FI$ (do $GF \parallel AB$) và $EI \parallel BF$ nên $BEIF$ là hình bình hành.

b) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có AG là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC nên $AG = \frac{1}{2}BC$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền).

Mà G là trung điểm của BC nên $BG = CG = \frac{1}{2}BC$

Do đó $AG = BG = CG = \frac{1}{2}BC$.

Suy ra $\triangle ABG$ và $\triangle ACG$ đều là tam giác cân tại G .

Xét $\triangle ABG$ cân tại G có đường cao GE nên đồng thời là đường trung tuyến, do đó E là trung điểm của AB nên $BE = AE$. (1)

Tương tự với $\triangle ACG$ cân tại G ta cũng có GF vừa là đường cao đồng thời là đường trung tuyến nên F là trung điểm của AC .

Xét tứ giác $AEGF$ có:

- $\widehat{EAF} = 90^\circ$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A);
- $\widehat{AEG} = 90^\circ$ (do $GE \perp AB$);
- $\widehat{AFG} = 90^\circ$ (do $GF \perp AC$)

Do đó tứ giác $AEGF$ là hình chữ nhật.

Suy ra $AE = GF$ (2)

Mà $BEIF$ là hình bình hành nên $BE = FI$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $GF = FI$ hay F là trung điểm của GI .

CA 2

Câu 5. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-3x}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+4}{x}$.

a) Viết điều kiện xác định của biểu thức P .

b) Rút gọn biểu thức P .

c) Tìm số nguyên x để P nhận giá trị nguyên.

HD:

a) Ta có $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$.

Điều kiện xác định của biểu thức P là $x-1 \neq 0$, $x+1 \neq 0$, $x \neq 0$ hay $x \neq 1$, $x \neq -1$ và $x \neq 0$.

Vậy điều kiện xác định của biểu thức P là $x \neq 1$, $x \neq -1$ và $x \neq 0$.

b) Với điều kiện $x \neq 1$, $x \neq -1$ và $x \neq 0$, ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-3x}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+4}{x} \\ &= \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + x^2 - 3x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+4}{x} \\ &= \frac{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) + x^2 - 3x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+4}{x} \\ &= \frac{4x + x^2 - 3x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+4}{x} \\ &= \frac{x^2 + x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+4}{x} \\ &= \frac{x(x+1) \cdot (x+4)}{(x-1)(x+1) \cdot x} \\ &= \frac{x+4}{x-1}. \end{aligned}$$

Vậy với $x \neq 1$, $x \neq -1$ và $x \neq 0$, thì $P = \frac{x+4}{x-1}$.

c) Với $x \neq 1$, $x \neq -1$ và $x \neq 0$, ta có $P = \frac{x+4}{x-1} = \frac{x-1+5}{x-1} = 1 + \frac{5}{x-1}$.

Với x nguyên, để P đạt giá trị nguyên thì $\frac{2025}{x-1}$ là số nguyên

Do đó $5 \mid (x-1)$ hay $x-1 \in U(5) = \{1; -1; 5; -5\}$.

Ta có bảng sau:

$x-1$	1	-1	5	-5
x	2	0	6	-4
Đổi chiếu điều kiện	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Vậy $x \in \{1; 0; 6; -4\}$.

Câu 6. Cho hai đường thẳng $d_1: y = mx - 2m - 2$ và $d_2: y = (3-2m)x + 1$ với $m \neq 0$ và $m \neq \frac{3}{2}$.

- Tìm giá trị của m để đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(1;1)$.
- Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng d_1 ở câu a và trục Ox . Hỏi α là góc nhọn hay góc tù? Vì sao?
- Tìm giá trị của m để d_1 và d_2 cắt nhau.

HD:

a) Do đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(1;1)$ nên thay $x=1, y=1$ vào hàm số $y = mx - 2m - 2$ ta có:

$$1 = m \cdot 1 - 2m - 2$$

$$\text{Do đó } 1 = m - 2m - 2$$

$$\text{Suy ra } m = -3.$$

Vậy với $m = -3$ thì đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(1;1)$.

b) Với $m = -3$, ta có đường thẳng $d_1: y = -3x + 4$.

Suy ra hệ số góc của đường thẳng d_1 là $a = -3 < 0$. Vậy góc α là góc tù.

c) Để d_1 và d_2 cắt nhau thì $m \neq 3 - 2m$ hay $3m \neq 3$, suy ra $m \neq 1$.

Vậy với $m \neq 0, m \neq \frac{3}{2}, m \neq 1$ thì d_1 và d_2 cắt nhau.