TÀI LIỆU TOÁN CƠ BẢN, NÂNG CAO LỚP 8
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

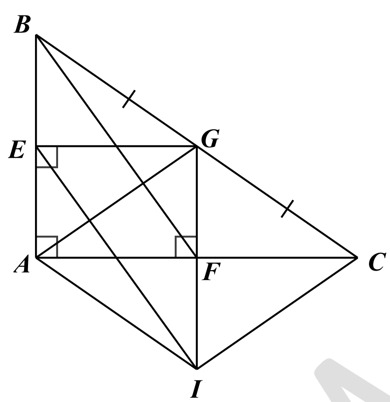
Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông ở A. Gọi G là trung điểm của BC. Qua G kẻ $\mathrm{GE} \perp \mathrm{AB}$ $(\mathrm{E} \in \mathrm{AB})$ và $\mathrm{GF} \perp \mathrm{AC}$ $(\mathrm{F} \in \mathrm{AC})$. Từ E kẻ đường thẳng song song với BF, đường thẳng này cắt GF tại I.

a) Chứng minh tứ giác BEIF là hình bình hành.

b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác AGCI là hình vuông.

HD:



a) Ta có $GF \perp AC$ và $AB \perp AC$ (do ΔABC vuông tại A) nên $GF // AB$.
Xét tứ giác $BEIF$ có $BE // FI$ (do $GF // AB$) và $EI // BF$ nên $BEIF$ là hình bình hành.

b) Xét ΔABC vuông tại A có AG là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC nên $AG = \frac{1}{2}BC$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền).

Mà G là trung điểm của BC nên $BG = CG = \frac{1}{2}BC$

Do đó $AG = BG = CG = \frac{1}{2}BC$.

Suy ra ΔABG và ΔACG đều là tam giác cân tại G.
Xét ΔABG cân tại G có đường cao GE nên đồng thời là đường trung tuyến, do đó E là trung điểm của AB nên $BE = AE$. (1)
Tương tự với ΔACG cân tại G ta cũng có GF vừa là đường cao đồng thời là đường trung tuyến nên F là trung điểm của AC.
Xét tứ giác $AEGF$ có:

- $\widehat{EAF} = 90°$ (do ΔABC vuông tại A);
- $\widehat{AEG} = 90°$ (do $GE \perp AB$);

- $\widehat{AFG} = 90^\circ$ (do $GF \perp AC$)

Do đó tứ giác $AEGF$ là hình chữ nhật.

Suy ra $AE = GF$ (2)

Mà $BEIF$ là hình bình hành nên $BE = FI$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $GF = FI$ hay F là trung điểm của GI.

Xét tứ giác $AGCI$ có hai đường chéo GI và AC cắt nhau tại trung điểm F của mỗi đường nên $AGCI$ là hình bình hành.

Lại có GI vuông góc với AC nên hình bình hành $AGCI$ là hình thoi.

Để $AGCI$ là hình vuông thì $GI = AC$

Lại có $AB = 2AE, GI = 2GF$ và $AE = GF$ nên $AB = GI$

Khi đó ta sẽ có $AB = AC$ hay ΔABC cân tại A.

Vậy tam giác ABC vuông cân tại A thì $AGCI$ là hình vuông.