TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 9
HỆ THỨC VI-ET VÀ ỨNG DỤNG
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:...Ngày học:..

• **Định lí Vi-et thuận**: *Nếu* x_1, x_2 *là các nghiệm của phương trình* $ax^2+bx+c=0\left(a\ne 0\right)$ *thì:*

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a} \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}.$$

• **Định lí Vi-et đảo:** *Nếu hai số có tổng bằng* S *và tích bằng* P $\left(S^2-4P\ge 0\right)$ *thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình:* $X^2-SX+P=0$.

Chú ý:

Giải phương trình bằng cách nhẩm nghiệm:

• *Nếu nhẩm được:* $m+n=\dfrac{-b}{a}; m.n=\dfrac{c}{a}$ *thì phương trình có 2 nghiệm là* m *và* n.

Ví dụ: Phương trình $x^2-5x+6=0$ có $-2+\left(-3\right)=-5;\ \left(-2\right).\left(-3\right)=6$ nên -2 và -3 là hai nghiệm của phương trình.

• *Nếu phương trình* $ax^2+bx+c=0\left(a\ne 0\right)$ *có* $a+b+c=0$ *thì phương trình có nghiệm là* 1 *và* $\dfrac{c}{a}$.

Ví dụ: Phương trình $3x^2+5x-8=0$ có $3+5+\left(-8\right)=0$ nên 1 và $\dfrac{-8}{3}$ là hai nghiệm của phương trình

• *Nếu phương trình* $ax^2+bx+c=0\left(a\ne 0\right)$ *có* $a-b+c=0$ *thì phương trình có nghiệm là* -1 *và* $\dfrac{-c}{a}$

Ví dụ: Phương trình $x^2-5x-6=0$ có $1-\left(-5\right)+\left(-6\right)=0$ nên -1 và 6 là hai nghiệm của phương trình

Dạng 1. Nhẩm nghiệm giải phương trình bậc 2.

Câu 1. TL-D-TH. Tìm hai nghiệm của phương trình $x^2-10x+16=0$ bằng cách nhẩm nghiệm.

Câu 2. TL-D-TH. Tìm hai nghiệm của phương trình $4x^2-5x+1=0$ bằng cách nhẩm nghiệm.

Câu 2. TL-D-TH. Tìm hai nghiệm của phương trình $2x^2-3x-5=0$ bằng cách nhẩm nghiệm.

Dạng 2. Không giải phương trình tính giá trị của biểu thức đối xứng với hai nghiệm.

Biểu thức dạng đối xứng của các nghiệm là biểu thức nếu trong biểu thức thay nghiệm x_1 bởi nghiệm x_2 thì biểu thức không thay đổi.

Ví dụ. $P=x_1^3+x_2^3$; $Q=x_1x_2^2+x_2x_1^2$

Phương pháp

- Biến đổi biểu thức của các nghiệm về biểu thức chỉ chứa các thành phần là tổng các nghiệm và tích các nghiệm.
- Áp dụng định lí Vi-et thuận để tính tổng và tích của các nghiệm.
- Thay giá trị tổng và tích của các nghiệm vào biểu thức và tính giá trị biểu thức.

Chú ý

Biểu thức $x_1 - x_2$ có thể xác định bằng cách bình phương và đưa về biểu thức chứa $x_1 + x_2$ và x_1x_2 như sau: $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$.

Câu 1. TL-TB-V. Biết phương trình $x^2 + x - 2 + \sqrt{2} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2. Không giải phương trình tính giá trị của biểu thức: $A = x_1^3 + x_2^3$.

(Trích đề thi Toán vào 10 Đà Nẵng 2016).

Câu 2. TL-TB-V. Biết phương trình $x^2 + 7x - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2. Không giải phương trình tính giá trị của biểu thức: $B = x_1x_2^4 + x_2x_1^4$.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Tiền Giang 2016).

Câu 3. TL-TB-V. Biết phương trình $y^2 + \frac{5}{6}y - \frac{1}{2} = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a. $M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; b. $N = \frac{x_2^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2}$; c. $P = \left(x_1 + \frac{2}{x_1}\right)\left(x_2 + \frac{2}{x_2}\right)$.

Câu 4. TL-TB-V. Biết phương trình $x^2 - (m-3)x + 2m - 10 = 0$ (m là một số cho trước) có hai nghiệm phân biệt $x_1 > x_2$. Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{x_1^2}{x_2} - \frac{x_2^2}{x_1}$ theo m

Dạng 3. Lập phương trình biết tổng và tích hai nghiệm.

Phương pháp:

Tính tổng hai nghiệm bằng S.

Tính tích hai nghiệm bằng P.

Kiểm tra điều kiện $S^2 - 4P \geq 0$.

Kết luận hai số đó là nghiệm của phương trình $X^2 - Sx + P = 0$.

Câu 1.TL-TB-V. Cho phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm $y_1 = x_2 + \frac{1}{x_1}$; $y_2 = x_1 + \frac{1}{x_2}$.

Câu 2. TL-TB-V. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$. Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm là $2x_1 - x_2^2$ và $2x_2 - x_1^2$.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Đồng Nai 2019 – 2020).

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 9
TỨ GIÁC NỘI TIẾP (Tiếp)
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:...**Ngày học:**...

Câu 1. Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên một nửa đường tròn đường kính AB lấy điểm C, D sao cho $\overset{\frown}{AC} < \overset{\frown}{AD}$ (D khác B). Trên nửa đường tròn còn lại lấy điểm E (khác A và B). CE cắt AD tại I. Đường thẳng IO cắt BE tại K. Gọi F là điểm đối xứng của D qua IK sao cho F nằm giữa A và E.

a) Chứng minh F thuộc (O).

b) Chứng minh tứ giác IFEK nội tiếp.

Câu 2. Cho đường tròn (O) có dây cung BC (khác đường kính) cố định, A là điểm chuyển động trên cung lớn BC, M là trung điểm dây BC. Gọi D là giao điểm của AM và cung nhỏ BC, N là giao điểm của AB và CD. Gọi E là giao điểm của các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C. Chứng minh tứ giác AODE nội tiếp, tứ giác BNED nội tiếp.

Câu 3. Cho hai đường tròn (O; R) và (O’; R’) cắt nhau tại A và B . Vẽ cát tuyến CAD vuông góc với AB . Tia CB cắt (O’) tại E, tia BD cắt (O) tại F. Chứng minh rằng:

a) $\angle CAF = \angle DAE$

b) AB là tia phân giác của $\angle EAF$

c) CA.CD = CB.CE

d) $CD^2 = CB.CE + BD.CF$

Câu 4. Từ điểm A nằm ngoài (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC với đường tròn $(B, C$ là các tiếp tuyến). Gọi H là giao của OA và BC, EF là một dây của (O) đi qua H. Chứng minh $AEOF$ là tứ giác nội tiếp.

Câu 6. Cho đường tròn tâm O và một dây cung AB không đi qua tâm. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ, cắt dây AB tại D. Gọi M là một điểm bất kì trên cung lớn AB, QM cắt AB tại I, PM cắt AB tại C.

a) Chứng minh tứ giác $DIMP$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $CM.CP = CI.CD$.

c) Gọi N là giao điểm của đường tròn tâm O và đoạn thẳng CQ. Chứng minh PN, QI, AB đồng qui.

d) Xác định vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tích $IM.IQ$ đạt giá trị lớn nhất.

Giáo viên: Thầy Trần Ngọc Hà