

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

CA 1

Bài 17.

1) Giải phương trình $x^2 + x + 2 - 2\sqrt{x+1} = 0$.

2) Cho ba số thực a, b và c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh:

$$\frac{a-b}{1+c^2} + \frac{b-c}{1+a^2} + \frac{c-a}{1+b^2} = 0$$

HD:

$$\text{Ta có: } x^2 + x + 2 - 2\sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 - 2\sqrt{x+1} + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (\sqrt{x+1} - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{x+1} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{x+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \text{ (TM)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$.

2) Ta có:

$$\begin{aligned} VT &= \frac{a-b}{1+c^2} + \frac{b-c}{1+a^2} + \frac{c-a}{1+b^2} = \frac{a-b}{ab+bc+ca+c^2} + \frac{b-c}{ab+bc+ca+a^2} + \frac{c-a}{ab+bc+ca+b^2} \\ &= \frac{a-b}{(a+c)(b+c)} + \frac{b-c}{(a+b)(c+a)} + \frac{c-a}{(a+b)(b+c)} \\ &= \frac{(a-b)(a+b) + (b-c)(b+c) + (c-a)(c+a)}{(a+b)(a+c)(b+c)} \end{aligned}$$

(đpcm).

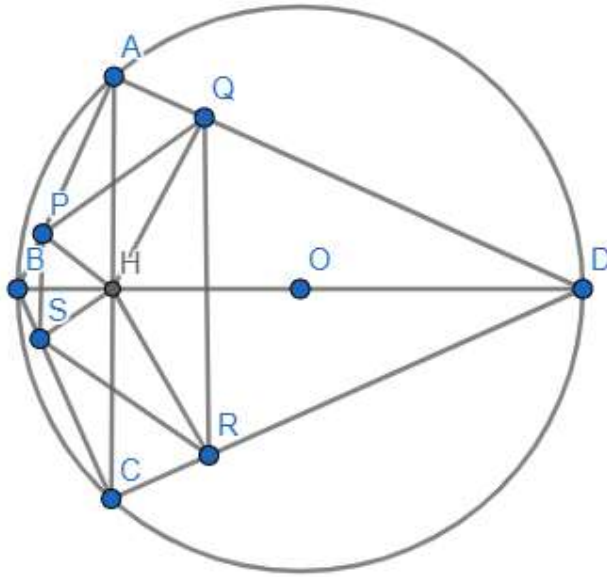
CA 2

Câu 5.

1) Cho đường tròn (O) đường kính $BD=2R$, dây cung AC của đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn vuông góc và cắt BD tại H. Gọi P, Q, R, S lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB, AD, CD, CB.

a) CMR: $HA^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$ không đổi.

b) CMR : PQRS là tứ giác nội tiếp.



a) Theo định lí Py - ta - go

$$HA^2 + HB^2 = AB^2; HC^2 + HB^2 = BC^2; HC^2 + HD = CD^2; HA^2 + HD^2 = AD^2 \Rightarrow dpcm$$

b) Tứ giác HPBS nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HPS} = \widehat{HBS} = \widehat{DBC}$

Tứ giác HPAQ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow \widehat{HPQ} = \widehat{HAQ} = \widehat{CAD} = \widehat{CBD}$$

$$\text{Do đó : } \widehat{SPQ} = \widehat{HPS} + \widehat{HPQ} = 2\widehat{CBC}$$

$$\text{Tương tự : } \widehat{SQR} = 2\widehat{BDC}$$

$$\text{Do đó : } \widehat{DBC} + \widehat{BDC} = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{SPQ} + \widehat{SRQ} = 180^\circ \text{ nên tứ giác PQRS nội tiếp (định lý đảo)}$$