# TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
## HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

### CA 1

Câu 127. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+1=0$, $(\beta): 2x-y+z-7=0$.

A. $\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+3}{-7}$
B. $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{-7}$
C. $\frac{x}{-2}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-10}{7}$
D. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$

HD:

Tọa độ các điểm thuộc giao tuyến $d$ của hai mặt phẳng thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+3y-z+1=0 \\ 2x-y+z-7=0 \end{cases}.$$

Với $y=0 \Rightarrow \begin{cases} x-z=-1 \\ 2x+z=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow A(2;0;3)\in d$

Với $y=3 \Rightarrow \begin{cases} x-z=-10 \\ 2x+z=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ z=10 \end{cases} \Rightarrow B(0;3;10)\in d$.

Vậy đường thẳng $d$ đi qua $A(2;0;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;3;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình chính tắc là: $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$.

Câu 128. Đường thẳng $\Delta$ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$
B. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$
C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$
D. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-1}$

HD:

$(P): x+z-5=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$

$(Q): x-2y-z+3=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$

Gọi $\Delta$ là giao tuyến của 2 mặt phẳng thì $\Delta$ có 1 vtcp $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)$.

Câu 130. (CHUYÊN NGUYỄN TRÃI HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Đường thẳng $\Delta$ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$.
B. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$.
C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$.
D. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-1}$.

HD:

$(P): x+z-5=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$.

$(Q): x-2y-z+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)$.

Gọi $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của $\Delta$, thì $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_1}$ và $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_2}$.

Suy ra $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]$. Chọn $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Lấy $M(2;1;3)$ thuộc mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$.

Đường thẳng $\Delta$ đi qua $M(2;1;3)$ có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Vậy phương trình $\Delta$ là: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 131. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua $A$ và vuông góc với đường thẳng $d$ là:

A. $3x-2y+z+5=0$. B. $3x-2y+z-7=0$.
C. $3x-2y+z-10=0$. D. $3x-2y+z-5=0$.

HD:

Chọn véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là: $\vec{n}=\overrightarrow{u_d}=(3;-2;1)$. Mặt khác mặt phẳng này đi qua $A$ nên có phương trình là:

$$3(x-0)-2(y+3)+(z-1)=0$$
$$\Leftrightarrow 3x-2y+z-7=0.$$

Câu 138. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. $1$. B. $2$. C. $5$. D. $-2$.

HD:

$M\in\Delta\Rightarrow M(12+4t;9+3t;1+t)$.

$M\in(P)\Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow t=-3$.

$M(0;0;-2)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.

Câu 139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d:\begin{cases}x=-t\\ y=2+t\\ z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của $d$ và mặt phẳng $(ABC)$. Tổng $S=a+b+c$ là:

A. -7. B. 11. C. 5. D. 6.

HD:

Mặt phẳng $(ABC)$ qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ nằm trên các trục $Ox$, $Oy$, $Oz$ có phương trình là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Điểm $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của của $d$ và mặt phẳng $(ABC)$.

Suy ra $\frac{-t}{1}+\frac{2+t}{2}+\frac{3+t}{3}=1\Leftrightarrow t=6$ suy ra $\begin{cases}a=-6\\ b=8\\ c=9\end{cases}$.

Vậy $S=-6+8+9=11$.

## CA 2

**Câu 6. (Sở Bắc Ninh 2023)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết

$\int_1^{e^3}\frac{f(\ln x)}{x}dx=7,\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos x)\sin x dx=3$. Giá trị của $\int_1^3\left[f(x)+2x\right]dx$ bằng

**A.** $10$. **B.** $15$. **C.** $-10$. **D.** $12$.

**Lời giải**

Ta có $I=\int_1^3\left[f(x)+2x\right]dx=\int_1^3 f(x)dx+\int_1^3 2xdx=\int_1^3 f(x)dx+8=F(3)-F(1)+8$

Đổi biến $t=\ln x,\begin{cases}x=1\Rightarrow t=0\\ x=e^3\Rightarrow t=3\end{cases}\Rightarrow dt=\frac{1}{x}dx\Rightarrow 7=\int_1^{e}\frac{f(\ln x)}{x}dx=\int_0^3 f(t)dt=F(3)-F(0)$

Và

$t'=\cos x,\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=0\end{cases}\Rightarrow dt'=-\sin xdx\Rightarrow 3=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos x)\sin xdx=\int_1^0 f(t)(-dt)=\int_0^1 f(t)dt=F(1)-F(0)$

Suy ra $I=F(3)-F(1)+8=F(3)-F(0)+F(0)-F(1)+8=7-3+8=12$

**Câu 7. (Đề Tham Khảo -2019)** Cho $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = a + b\ln 2 + c\ln 3$ với $a,b,c$ là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

**A.** $2$ **B.** $1$ **C.** $-2$ **D.** $-1$

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $t = x+2 \Rightarrow dt = dx$

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=2$; $x=1 \Rightarrow t=3$

$$\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = \int_2^3 \frac{(t-2)dt}{t^2} = \int_2^3 \left(\frac{1}{t} - \frac{2}{t^2}\right)dt = \left(\ln|t| + \frac{2}{t}\right)\Big|_2^3 = \ln 3 + \frac{2}{3} - (\ln 2 + 1) = -\frac{1}{3} - \ln 2 + \ln 3$$

Suy ra $a = -\frac{1}{3}; b = -1; c = 1$

$3a+b+c = -1-1+1 = -1$.

**Câu 8. (Mã 101 2018)** Cho $\int_{16}^{55} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 11$, với $a,b,c$ là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $a+b=3c$ **B.** $a-b=-3c$ **C.** $a-b=-c$ **D.** $a+b=c$

**Lời giải**

**Chọn. A.**

Đặt $t=\sqrt{x+9} \Rightarrow t^2 = x+9 \Rightarrow 2t\mathrm{d}t = \mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=16 \Rightarrow t=5$, $x=55 \Rightarrow t=8$.

Do đó $\int_{16}^{55} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}} = \int_5^8 \frac{2t\mathrm{d}t}{t(t^2-9)} = 2\int_5^8 \frac{\mathrm{d}t}{t^2-9} = \frac{1}{3}\int_5^8 \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|\Big|_5^8$

$= \frac{1}{3}\ln\frac{5}{11} - \frac{1}{3}\ln\frac{1}{4} = \frac{2}{3}\ln 2 + \frac{1}{3}\ln 5 - \frac{1}{3}\ln 11$.

Vậy $a = \frac{2}{3}; b = \frac{1}{3}; c = -\frac{1}{3} \Rightarrow a - b = -c$.

**Câu 9. (Chuyên Đại Học Vinh 2019)** Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{3x+5\sqrt{3x+1}+7} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$, với $a$, $b$, $c$ là các số hữu tỉ. Giá trị của $a+b+c$ bằng

**A.** $-\frac{10}{3}$ **B.** $-\frac{5}{3}$ **C.** $\frac{10}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}$

**Lời giải**

$$A = \int_0^1 \frac{dx}{3x+5\sqrt{3x+1}+7}$$

Đặt $t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow 2tdt = 3dx$

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1$; $x=1 \Rightarrow t=2$

$$A = \int_1^2 \frac{\frac{2}{3}tdt}{t^2+5t+6} = \frac{2}{3}\int_1^2 \frac{t}{(t+2)(t+3)}dt = \frac{2}{3}\int_1^2 \left(\frac{-2}{t+2} + \frac{3}{t+3}\right)dt = \frac{2}{3}\left(-2\ln|t+2| + 3\ln|t+3|\right)\Big|_1^2$$

$=\frac{2}{3}(-2\ln 4+3\ln 5+2\ln 3-3\ln 4)=\frac{2}{3}(-10\ln 2+2\ln 3+3\ln 5)=-\frac{20}{3}\ln 2+\frac{4}{3}\ln 3+2\ln 5$

Vậy: $a+b+c=-\frac{20}{3}+\frac{4}{3}+2=-\frac{10}{3}$.

**Câu 10. (SởPhú Thọ - 2018)** Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}\,dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3}=a+b\ln 2+c\ln\frac{5}{3}\;(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính $T=2a+b+c$

.

**A.** $T=4$. **B.** $T=2$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

**Lời giải**

$I=\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}\,dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3}=\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}\,dx}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}=\int_0^4 \frac{2\left(\sqrt{2x+1}+1\right)-\left(\sqrt{2x+1}+2\right)dx}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}$

$=\int_0^4 \frac{2dx}{\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}-\int_0^4 \frac{dx}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)}$.

Đặt $u=\sqrt{2x+1}\Rightarrow udu=dx$. Với $x=0\Rightarrow u=1$, với $x=4\Rightarrow u=3$.

Suy ra $I=\int_1^3 \frac{2udu}{u+2}-\int_1^3 \frac{udu}{u+1}=\int_1^3\left(2-\frac{4}{u+2}\right)du-\int_1^3\left(1-\frac{1}{u+1}\right)du$

$=\left(u-4\ln|u+2|+\ln|u+1|\right)\Big|_1^3=2-4\ln\frac{5}{3}+\ln 2$

$\Rightarrow a=2,\ b=1,\ c=1\Rightarrow T=2.1+1-4=1$.

**Câu 11. (THTP Lê Quý Đôn - Hà Nội - 2018) Tính tích phân** $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^3 x}dx$.

**A.** $I=\frac{5}{2}$. **B.** $I=\frac{3}{2}$. **C.** $I=\frac{\pi}{3}+\frac{9}{20}$. **D.** $I=\frac{9}{4}$.

**Lời giải**

Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin x dx$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{1}{2}$.

Khi đó: $I=\int_1^{\frac{1}{2}}\frac{-1}{t^3}dt=\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{1}{t^3}dt=\frac{-1}{2t^2}\Big|_{\frac{1}{2}}^1=-\frac{1}{2}+2=\frac{3}{2}$.

**Câu 12. (THPT Nghen - Hà Tĩnh - 2018)** Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{(\cos x)^2-5\cos x+6}dx=a\ln\frac{4}{c}+b$, với $a$, $b$ là các số hữu tỉ, $c>0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

**A.** $S=3$. **B.** $S=0$. **C.** $S=1$. **D.** $S=4$.

**Lời giải**

Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin x dx$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=0$

Ta có:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\left(\cos x\right)^2-5\cos x+6}\mathrm{d}x=-\int_1^0 \frac{1}{t^2-5t+6}\mathrm{d}t=\int_0^1\left(\frac{1}{t-3}-\frac{1}{t-2}\right)\mathrm{d}t=\ln\left|\frac{t-3}{t-2}\right|\Bigg|_0^1=\ln 2-\ln\frac{3}{2}=\ln\frac{4}{3}$$

$$=a\ln\frac{4}{c}+b.$$

Do đó: $\begin{cases} a=1 \\ c=3 \\ b=0 \end{cases}$.

Vậy $S=a+b+c=4$.

**Câu 13.** Biết $I=\int_0^{\ln 2}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+3\mathrm{e}^{-x}+4}=\frac{1}{c}\left(\ln a-\ln b+\ln c\right)$ với $a$, $b$, $c$ là các số nguyên dương.

Tính $P=2a-b+c$.

**A.** $P=-3$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=4$. **D.** $P=3$

**Lời giải**

Ta có $I=\int_0^{\ln 2}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+3\mathrm{e}^{-x}+4}=\int_0^{\ln 2}\frac{\mathrm{e}^x\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{2x}+4\mathrm{e}^x+3}$.

Đặt: $t=\mathrm{e}^x\Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$, $x=\ln 2\Rightarrow t=2$.

Khi đó $I=\int_1^2\frac{1}{t^2+4t+3}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_1^2\left(\frac{1}{t+1}-\frac{1}{t+3}\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\ln\frac{t+1}{t+3}\Big|_1^2=\frac{1}{2}\left(\ln 3-\ln 5+\ln 2\right)$.

Suy ra $a=3,\ b=5,\ c=2$. Vậy $P=2a-b+c=3$.

**Câu 14. (Chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm - Quảng Nam - 2020)** Biết rằng $\int_1^e\frac{2\ln x+1}{x\;\ln x+1\;^2}\mathrm{d}x=a\ln 2-\frac{b}{c}$ với $a,b,c$ là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$.

**A.** $S=3$. **B.** $S=7$. **C.** $S=10$. **D.** $S=5$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $\ln x+1=t$. Ta có: $\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=1$; $x=e\Rightarrow t=2$.

Ta có: $\int_1^e\frac{2\ln x+1}{x\;\ln x+1\;^2}\mathrm{d}x=\int_1^2\frac{2\;t-1\;+1}{t^2}\mathrm{d}t=\int_1^2\left(\frac{2}{t}-\frac{1}{t^2}\right)\mathrm{d}t=\left(2\ln|t|+\frac{1}{t}\right)\Big|_1^2=2\ln 2-\frac{1}{2}$.

Suy ra: $a=2$; $b=1$; $c=2$. Khi đó: $S=a+b+c=5$.

**Câu 16. (Sở Phú Thọ 2023)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết

$f'\left(x\right)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f\left(x\right)+1},\forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(0\right)=0,\ f\left(x\right)>-1,\forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{2\sqrt{2}}f'\left(x\right)dx$ bằng

**A.** $3$. **B.** $8$. **C.** $-1$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$f'\left(x\right)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f\left(x\right)+1}\Rightarrow\frac{f'\left(x\right)}{\sqrt{f\left(x\right)+1}}=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow\int\frac{f'\left(x\right)}{\sqrt{f\left(x\right)+1}}dx=\int\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}dx$$

$I_1=\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)+1}}dx\left(t=f(x)+1\Rightarrow dt=f'(x)dx\right)\Rightarrow I_1=\int \frac{dt}{\sqrt{t}}=2\sqrt{t}+C_1=2\sqrt{f(x)+1}+C_1$

$I_2=\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}dx\left(t=x^2+1\Rightarrow dt=2xdx\right)\Rightarrow I_2=\int \frac{dt}{\sqrt{t}}=2\sqrt{t}+C_2=2\sqrt{x^2+1}+C_2$

$\Rightarrow I_1=I_2\Rightarrow 2\sqrt{f(x)+1}+C_1=2\sqrt{x^2+1}+C_2\Rightarrow 2\sqrt{f(x)+1}=2\sqrt{x^2+1}+C$

Thay $x=0\Rightarrow 2\sqrt{f(0)+1}=2+C\Rightarrow C=0\Rightarrow \sqrt{f(x)+1}=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow f(x)=x^2$

Vậy $\int_0^{2\sqrt{2}} f'(x)dx=f\left(2\sqrt{2}\right)-f(0)=f\left(2\sqrt{2}\right)=8$