# TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
## HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

**Họ và tên:**..............................................................**Ngày học:**..................................................

**CA 1**

**Câu 144.** (KTNL GV THUẬN THÀNH 2 BẮC NINH NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm $M'$ là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z=0$.

A. $M'\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. B. $M'(1;3;5)$. C. $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. D. $M'(3;1;2)$.

HD:

Gọi $\Delta$ là đường thẳng qua $M$ và vuông góc với $(\alpha)$.

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của $\Delta$ là: $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-2t \\ z=1+t \end{cases}$. Ta có $M'=\Delta\cap(\alpha)$.

Xét phương trình: $2+t-2(3-2t)+1+t=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Vậy $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$.

**Câu 145.** (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Trong không gian $Oxyz$, điểm $M'$ đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

A. $(-3;0;0)$. B. $(-1;1;2)$. C. $(-1;-2;-4)$. D. $(2;1;2)$.

HD:

Mặt phẳng $(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;2)$.

$MM'$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)$ nên đường thẳng $MM'$ nhận $\vec{n}=(2;1;2)$ làm vectơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng $MM'$ là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Gọi $H$ là giao điểm của đường thẳng $MM'$ và mặt phẳng $(\alpha)$.

$H\in MM' \Leftrightarrow H(1+2t;2+t;4+2t)$.

$H\in(\alpha) \Leftrightarrow 2(1+2t)+2+t+2(4+2t)-3=0 \Leftrightarrow 9t+9=0 \Leftrightarrow t=-1 \Leftrightarrow H(-1;1;2)$.

$M'$ đối xứng với điểm $M$ qua mặt phẳng $(\alpha)$ nên $H$ là trung điểm của $MM'$

$\Rightarrow M'(-3;0;0)$.

**Câu 147.** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của $d$ trên $(P)$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$ B. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$ D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$

HD:

Gọi $M$ là giao điểm của $d$ với $(P)$.

Tọa độ của $M$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y=1 \\ x+z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;1)$

Lấy điểm $N(0;-1;2) \in d$.

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)$ là: $\vec{n}=(1;1;1)$.

Gọi $\Delta$ là đường thẳng đi qua $N$ và nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$

Gọi $N'$ là giao điểm của $\Delta$ với $(P)$.

Tọa độ của $N'$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y=1 \\ x-z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=-\frac{1}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases}$

$N'\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$

$\overrightarrow{MN'}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)=-\frac{1}{3}\vec{u}(1;4;-5)$

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm vec tơ chỉ phương nên có phương trinh $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

## CA 2

**Câu 8. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Cho Parabol $(P): y = x^2 + 1$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$ với $m$ là tham số. Gọi $m_0$ là giá trị của $m$ để diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P)$ và $d$ là nhỏ nhất. Hỏi $m_0$ nằm trong khoảng nào?

**A.** $(-\sqrt{2}; -\frac{1}{2})$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1; \frac{1}{\sqrt{2}})$. **D.** $(\frac{1}{2}; 3)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ của $(P)$ và $d$ là $x^2 - mx - 1 = 0$ $(1)$.

Dễ thấy $(1)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt. Gọi $a, b$ $(a < b)$ là các nghiệm của $(1)$ thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P)$ và $d$ là

$$S = \int_a^b \left|x^2 - mx - 1\right| dx = \left|\int_a^b \left(x^2 - mx - 1\right) dx\right| = \left|\left(\frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - x\right)\Bigg|_a^b\right|$$

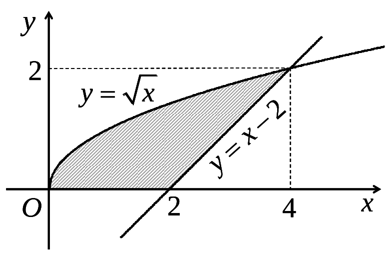
$$= \left|\frac{b^3 - a^3}{3} - \frac{m(b^2 - a^2)}{2} - (b - a)\right| = |b - a| . \left|\frac{b^2 + ab + a^2}{3} - \frac{m(b + a)}{2} - 1\right|$$

$$= \sqrt{(b + a)^2 - 4ab} . \left|\frac{(b + a)^2 - ab}{3} - \frac{m(b + a)}{2} - 1\right|$$

Mà $a + b = m,\ ab = -1$ nên $S = \sqrt{m^2 + 4} . \left(\frac{m^2}{6} + \frac{2}{3}\right) \geq \frac{4}{3}$.

Do đó $\min S = \frac{4}{3}$ khi $m = 0$.

**Câu 9. (Việt Đức Hà Nội 2019)** Cho $(H)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của $(H)$ bằng




**A.** $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

**Lời giải**

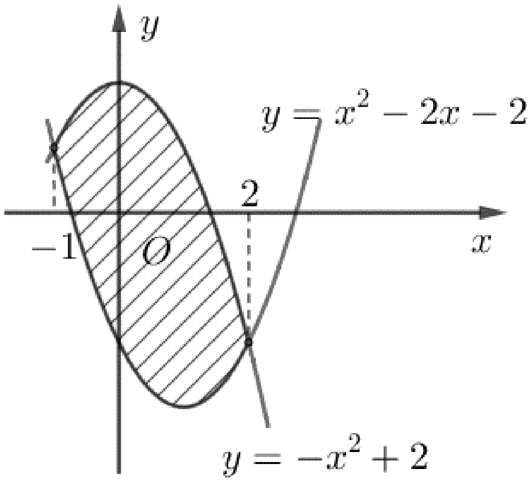
Xét các hình phẳng $(H_1): \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x = 0,\ x = 4 \end{cases}$ và $(H_2): \begin{cases} y = x - 2 \\ y = 0 \\ x = 2,\ x = 4 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases}(H)=(H_1)\backslash(H_2)\\(H)\cup(H_2)=(H_1)\end{cases}$.

Do đó $S(H)=S(H_1)-S(H_2)=\int\limits_0^4\sqrt{x}\mathrm{d}x-\int\limits_2^4(x-2)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\Big|_0^4-\left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_2^4=\frac{16}{3}-2=\frac{10}{3}$

**Cách khác**: Ta có $(H):\begin{cases}x=y^2\\x=y+2\\y=0,\ y=2\end{cases}$. Suy ra $S(H)=\int\limits_0^2\left|y^2-(y+2)\right|\mathrm{d}y=\frac{10}{3}$.

**Câu 10. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng




**A.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

**C.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)\mathrm{d}x$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa và hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là:

$\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+2\right)-\left(x^2-2x-2\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x.$

**Câu 11. (Việt Đức Hà Nội 2019)** Tính diện tích $S$ hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1, x=-1, x=2$ và trục hoành.

**A.** $S=6$. **B.** $S=16$. **C.** $S=\frac{13}{6}$. **D.** $S=13$.

**Lời giải**

Ta có: $S=\int\limits_{-1}^{2}\left|x^2+1\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x=6$.

**Câu 12. (THPT An Lão Hải Phòng 2019)** Gọi $S$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+5, y=6x,\ x=0, x=1$. Tính $S$.

**A.** $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{7}{3}$ **C.** $\frac{8}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}$

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+5=6x \Leftrightarrow x=5; x=1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm: $S=\int_0^1 \left|x^2-6x+5\right| \mathrm{d}x=\frac{7}{3}$.

**Câu 13. (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ bằng

**A.** $36$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $36\pi$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:

$x^2-4=2x-4 \Leftrightarrow x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho là:

$S=\int_0^2 \left|\left(x^2-4\right)-\left(2x-4\right)\right| \mathrm{d}x=\int_0^2 \left|x^2-2x\right| \mathrm{d}x=\int_0^2 \left(2x-x^2\right) \mathrm{d}x=\left(x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2=\frac{4}{3}$.

**Câu 14. (Mã 104 - 2020 Lần 1)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3$ và $y=x-3$ bằng

**A.** $\frac{125\pi}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{125}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

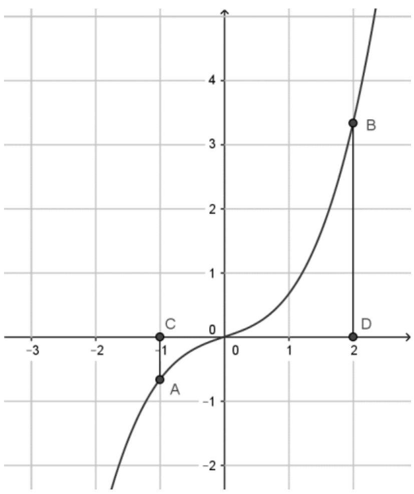
**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-3=x-3 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng: $S=\int_0^1 \left|\left(x^2-3\right)-\left(x-3\right)\right| dx=\int_0^1 \left|x^2-x\right| dx=\frac{1}{6}$.

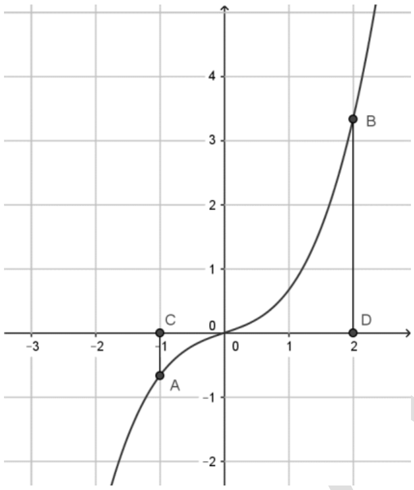
**Câu 15. (Đề Tham Khảo 2017)** Gọi $S$ là diện tích hình phẳng $(H)$ giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$. Đặt $a=\int_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x$, $b=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $S=b-a$ **B.** $S=b+a$ **C.** $S=-b+a$ **D.** $S=-b-a$

**Lời giải**

**Chọn A**




Ta có:

$$S=\int_{-1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=-\int_{-1}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=-a+b.$$

**Câu 16. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019)** Gọi $S$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\ln x}{x^2}$, $y=0$, $x=1$, $x=e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $S=\pi\int_{1}^{e}\dfrac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{1}^{e}\dfrac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_{1}^{e}\left(\dfrac{\ln x}{x^2}\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_{1}^{e}\left(\dfrac{\ln x}{x^2}\right)^2\mathrm{d}x$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi miền D gồm các đường $y=\dfrac{\ln x}{x^2}$, $y=0$, $x=1$, $x=e$ là:

$$S=\int_{1}^{e}\left|\frac{\ln x}{x^2}\right|\mathrm{d}x=\int_{1}^{e}\frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x \text{ vì } \frac{\ln x}{x^2}>0,\ \forall x\in\left(1;e\right).$$

**Câu 17. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Tính diện tích $S$ của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, $y=0$, $x=-10$, $x=10$.

**A.** $S=\dfrac{2000}{3}$. **B.** $S=2008$. **C.** $S=2000$. **D.** $S=\dfrac{2008}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $\left(C\right):y=x^2-2x$ và $\left(d\right):y=0$ là:

$$x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | 0 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $VT$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |

Diện tích cần tìm: $S=\int\limits_{-10}^{10}\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-10}^{0}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{10}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x$

$=\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Bigg|_{-10}^{0}-\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Bigg|_{0}^{2}+\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Bigg|_{2}^{10}=\frac{1300}{3}+\frac{4}{3}+\frac{704}{3}=\frac{2008}{3}$.

**Câu 18.** Giá trị dương của tham số $m$ sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=2x+3$ và các đường thẳng $y=0,x=0,x=m$ bằng $10$ là

**A.** $m=\frac{7}{2}$. **B.** $m=5$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

Vì $m>0$ nên $2x+3>0,\forall x\in[0;m]$.

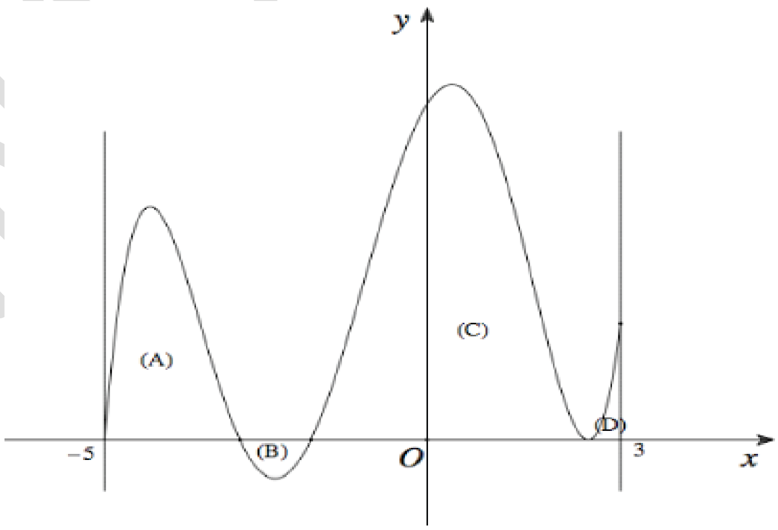
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+3$ và các đường thẳng $y=0,x=0,x=m$ là:

$S=\int\limits_{0}^{m}(2x+3).\mathrm{d}x=\left(x^2+3x\right)\Big|_{0}^{m}=m^2+3m$.

Theo giả thiết ta có:

$S=10\Leftrightarrow m^2+3m=10\Leftrightarrow m^2+3m-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-5\end{array}\right.\Leftrightarrow m=2\ (\text{do } m>0)$.

**Câu 19.** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích của hình phẳng $(A),(B),(C),(D)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành lần lượt là $6;\ 3;\ 12;\ 2$. Tính tích phân $\int_{-3}^{1}\left[2f(2x+1)+1\right]dx$ bằng




**A.** 27. **B.** 25. **C.** 17. **D.** 21.

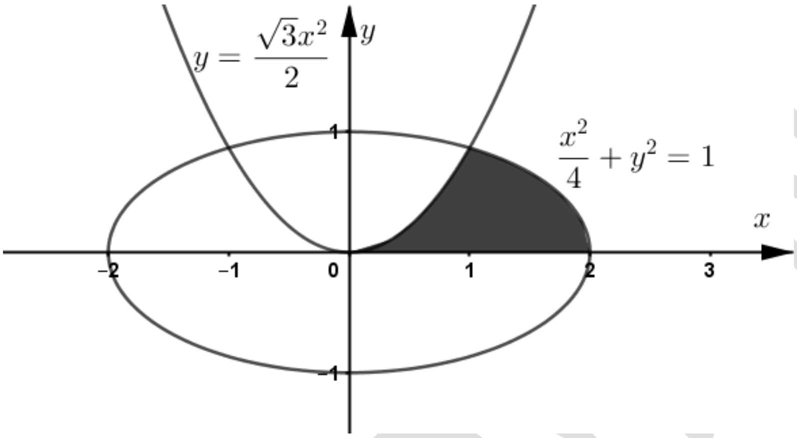
**Hướng dẫn giải**

Ta có $\int_{-3}^{1}\left[2f(2x+1)+1\right]dx=2\int_{-3}^{1}f(2x+1)\,dx+x\Big|_{-3}^{1}=\int_{-5}^{3}f(x)\,dx+4$

Mà $\int_{-5}^{3}f(x)\,dx=S_{(A)}-S_{(B)}+S_{(C)}+S_{(D)}=6-3+12+2=17$

Vậy $\int_{-3}^{1}\left[2f(2x+1)+1\right]dx=21$

**Câu 20. (THPT Yên Khánh A - 2018)** Cho hình phẳng giới hạn bởi Elip $\frac{x^2}{4}+y^2=1$, parabol $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) có diện tích $T=\frac{a}{b}\pi+\frac{c}{d}\sqrt{3}$ (với $a,c\in\mathbb{Z}; b,d\in\mathbb{N}^*; \frac{a}{b},\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản). Tính $S=a+b+c+d$.




**A.** $S=32$. **B.** $S=10$. **C.** $S=15$. **D.** $S=21$.

**Lời giải**

Ta có: $\frac{x^2}{4}+y^2=1\Rightarrow y=\pm\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$

Hoành độ giao điểm (E') $y=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$ và parabol $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ là

$\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2\Rightarrow 3x^4+x^2-4=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=1$ (theo hình vẽ thì $x>0$ )

Vậy $T=\int_0^1\frac{\sqrt{3}}{2}x^2dx+\int_1^2\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}dx$

Mà $\int_0^1\frac{\sqrt{3}}{2}x^2dx=\left.\frac{\sqrt{3}x^3}{6}\right|_0^1=\frac{\sqrt{3}}{6}$

Ta có: $I=\int_1^2\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}dx=\frac{1}{2}\int_1^2\sqrt{4-x^2}dx$. Đặt $x=2\cos t$ ta có:

$$\int_1^2\sqrt{4-x^2}dx=\int_{\frac{\pi}{3}}^0\sqrt{4\sin^2 t}.(-2\sin t)dt=4\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin^2 tdt=2\int_0^{\frac{\pi}{3}}(1-\cos 2t)dt=\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $T=\frac{1}{3}.\pi+\frac{-1}{12}.\sqrt{3}$ nên $S=15$