

TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN GIỮA ĐIỂM – MẶT – ĐƯỜNG – CẦU
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Câu 1. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H . Tìm tọa độ điểm H

- A. $H(1;-1;0)$ B. $H(-3;0;-2)$ C. $H(-1;4;4)$ D. $H(3;0;2)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 9 = 0$ tại điểm $H(a;b;c)$. Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

- A. 2. B. -1. C. 1. D. -2.

Câu 3. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu (S) tâm $I(5;-3;5)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B . Tính OA biết $AB = 4$.

- A. $OA = \sqrt{11}$. B. $OA = 5$. C. $OA = 3$. D. $OA = \sqrt{6}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}. \text{ Ba điểm } A, B, C \text{ phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho } MA, MB, MC \text{ là tiếp tuyến}$$

của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

- A. 30 B. 26 C. 20 D. 21

Câu 5. (CHUYÊN KHTN LẦN 2 NĂM 2018-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;3), B(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Câu 6. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

- A. $6x + 8y + 11 = 0$ B. $6x + 8y - 11 = 0$ C. $3x + 4y - 2 = 0$ D. $3x + 4y + 2 = 0$

Thầy Trần Lê Cường

TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
SỐ PHỨC - CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

PHẦN I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Khái niệm số phức

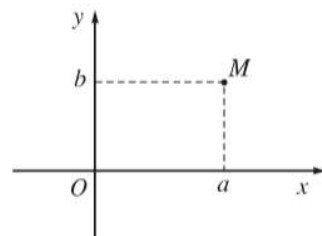
- ❖ Định nghĩa.
 - Một số phức là một biểu thức dạng $a + bi$, trong đó a và b là những số thực và số i thỏa mãn $i^2 = -1$. Kí hiệu số phức đó là z và viết
$$z = a + bi$$
trong đó i là đơn vị ảo, a là phần thực và b là phần ảo.
 - Tập hợp các số phức được kí hiệu là \mathbb{C} .
- ❖ Chú ý.
 - Số phức $z = a + 0i$ có phần ảo bằng 0 được coi là số thuần thực (số thực).
 - Số phức $z = 0 + bi$ có phần thực bằng 0 được coi là số thuần ảo (số ảo).
 - Số $0 = 0 + 0i$ vừa là số thực vừa là số ảo.

2. Hai số phức bằng nhau

- ❖ Định nghĩa. Hai số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và $z' = a' + b'i$ ($a', b' \in \mathbb{R}$) gọi là bằng nhau nếu $a = a', b = b'$. Khi đó ta viết $z = z'$.

3. Biểu diễn hình học của số phức

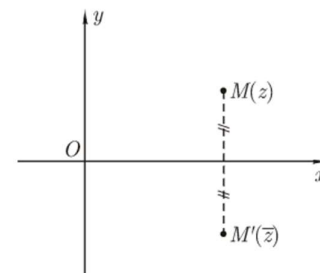
- ❖ Mỗi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm M có tọa độ $(a; b)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) . Ngược lại, mỗi điểm $M(a; b)$ biểu diễn một số phức là $z = a + bi$.
- ❖ Mặt phẳng tọa độ (Oxy) với việc biểu diễn số phức như thế gọi là mặt phẳng phức.
 - Góc tọa độ O biểu diễn số 0.
 - Các điểm trên trục hoành Ox biểu diễn các số thực, do đó trục Ox còn được gọi là trục thực.
 - Các điểm trên trục tung Oy biểu diễn các số ảo, do đó trục Oy còn được gọi là trục ảo.



4. Số phức liên hợp và môđun của số phức

a. Số phức liên hợp

- ❖ Định nghĩa. Số phức liên hợp của $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $a - bi$ và được kí hiệu bởi \bar{z} . Như vậy $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$.
- ❖ Hai số phức liên hợp khi và chỉ khi các điểm biểu diễn của chúng đối xứng với nhau qua trục thực Ox .
- ❖ Nhận xét.
 - $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$.
 - $\overline{z \cdot z'} = \bar{z} \cdot \bar{z}'$.
 - $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a \in \mathbb{R}$.



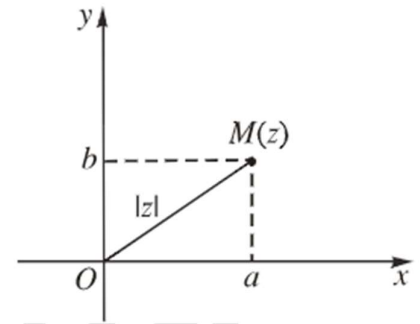
b. Môđun của số phức

- ❖ Định nghĩa. Môđun của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số thực không âm, kí hiệu là $|z|$ và được xác định bởi công thức sau:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Như vậy, nếu $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì $|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$.

- ❖ Nhận xét.
 - Nếu z là số thực thì môđun của z là giá trị tuyệt đối của số thực đó.
 - $z = 0$ khi và chỉ khi $|z| = 0$.
- ❖ Các tính chất của môđun. Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Ta có:
 - $z \cdot \bar{z} = (a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2 = |z|^2$.
 - $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$.
 - $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}$.
 - $|z^n| = |z|^n$.



5. Phép cộng, phép trừ, phép nhân số phức

- ❖ Tổng của hai số phức $z = a + bi, z' = a' + b'i$ ($a, b, a', b' \in \mathbb{R}$) là số phức

$$z + z' = a + a' + (b + b')i$$

Phép cộng hai số phức có tất cả các tính chất của phép cộng hai số thực.

- ❖ Hiệu của hai số phức $z = a + bi, z' = a' + b'i$ ($a, b, a', b' \in \mathbb{R}$) là số phức

$$z - z' = a - a' + (b - b')i$$

- ❖ Tích của hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$ ($a, b, a', b' \in \mathbb{R}$) là số phức

$$zz' = aa' - bb' + (ab' + a'b)i$$

Phép nhân hai số phức có tất cả các tính chất của phép nhân hai số thực.

6. Phép chia cho số phức khác 0

- ❖ Định nghĩa.

- Số nghịch đảo của số phức z khác 0 là số $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z}$.

- Thương $\frac{z'}{z}$ của phép chia số phức z' cho số phức z khác 0 là tích của z' với số phức nghịch

đảo của z , tức là $\frac{z'}{z} = z' z^{-1}$.

Như vậy, nếu $z \neq 0$ thì $\frac{z'}{z} = \frac{z' \bar{z}}{|z|^2}$.

- ❖ Chú ý. Do $\frac{z'}{z} = \frac{z' \bar{z}}{|z|^2} = \frac{z' \bar{z}}{z \bar{z}}$ nên để tính thương $\frac{z'}{z}$ ta chỉ việc nhân cả tử số và mẫu số với \bar{z} .

PHẦN II. BÀI TẬP

Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản của số phức

Câu 1. (Mã 123 2017) Số phức nào dưới đây là số thuần ảo.

- A. $z = \sqrt{3} + i$ B. $z = -2$ C. $z = -2 + 3i$ D. $z = 3i$

Câu 2. (Đề Minh Họa 2017) Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} :

- A. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$ B. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2
C. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$ D. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2

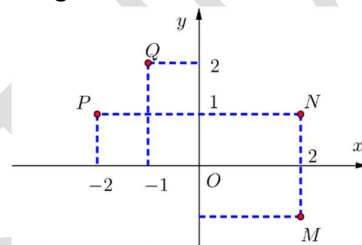
Câu 3. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

- A. $P(-3; 4)$. B. $Q(5; 4)$. C. $N(4; -3)$. D. $M(4; 5)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của hai số phức đối nhau là

- A. hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O .
B. hai điểm đối xứng nhau qua trục hoành.
C. hai điểm đối xứng nhau qua trục tung.
D. hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 8. (Đề Tham Khảo 2019) Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$?



- A. P B. M C. Q D. N

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , 3 điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của ba số phức

$z_1 = 3 - 7i, z_2 = 9 - 5i$ và $z_3 = -5 + 9i$. Khi đó, trọng tâm G là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $z = 1 - 9i$. B. $z = 3 + 3i$. C. $z = \frac{7}{3} - i$. D. $z = 2 + 2i$.

Dạng 2. Các phép toán của số phức

Câu 10. (Mã 104 - 2019) Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(0; 5)$. B. $(5; -1)$. C. $(-1; 5)$. D. $(5; 0)$.

Câu 11. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26. D. 50.

Câu 12. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho số phức $z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng Oxy .

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 4)$. C. $(-1; -4)$. D. $(1; -4)$.

Câu 13. (Mã 104 2017) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.
- Câu 14. (THPT Chu Văn An - Hà Nội - 2018) Số phức $z = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{2018}$ có phần ảo bằng
- A. $2^{1009} + 1$. B. $1 - 2^{1009}$. C. $2^{1009} - 1$. D. $-(2^{1009} + 1)$.

Cô Nguyễn Phương Thảo