TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11
LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.. Ngày học:...................................

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

Lũy thừa với số mũ tự nhiên: $a^n = \underbrace{a\,.\,a\,.\,...\,.\,a}_{n\ \text{thừa số}\ a}\quad \left(n\in\mathbb{N}, n>0, a\in\mathbb{R}\right)$, $a^0 = 1\ (a\neq 0)$.

Với số nguyên dương n, số thực $a\neq 0$, lũy thừa của a với số mũ $-n$ xác định bởi $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

Chú ý: a) $a^0 = 1, \forall a\in\mathbb{R}, a\neq 0$.   b) 0^0 và 0^{-n} (với $n>0$) không có nghĩa.

Tính chất:

Với $a\neq 0, b\neq 0$ và m,n là các số nguyên, ta có:

♥ $a^m.a^n = a^{m+n}$;   ♥ $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$;   ♥ $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$;

♥ $(ab)^m = a^m b^m$;   ♥ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$.

Chú ý:

♥Nếu $a>1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m>n$.

♥Nếu $0<a<1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m<n$.

Ví dụ: Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^{-12}.8^{-3} + (0,2)^{-4}.25^{-2} + 243^{-1}.\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}$$

Ví dụ: Một số dương x được gọi là viết dưới dạng kí hiệu khoa học nếu $x = a.10^m$, ở đó $1\le a<10$ và m là một số nguyên. Hãy viết các số liệu sau dưới dạng kí hiệu khoa học:

a) Khối lượng của Trái Đất khoảng $5\ 980\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$ kg;

b) Khối lượng của hạt proton khoảng $0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001\ 67262$ kg

2. Căn bậc n

Cho số thực a và số nguyên dương n. Số b được gọi là **căn bậc** n của số a nếu $b^n = a$.

Khi n là số **lẻ**, **mỗi số thực** a **chỉ có một** căn bậc n và kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$.

Căn bậc 1 của số a chính là a.

Khi n là số **chẵn**, mỗi số thực dương có **đúng hai** căn bậc n là hai số đối nhau, giá trị dương kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$ (gọi là căn số học bậc n của a), giá trị âm kí hiệu là $-\sqrt[n]{a}$. $\sqrt[n]{0} = 0, \forall n\in\mathbb{N}^*$.

Giả sử n,k là các số nguyên dương, m là số nguyên. Khi đó:

♥ $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$;   ♥ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$;   ♥ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$;

♥ $\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases} a & \text{khi } n=2k+1, k\in\mathbb{N} \\ |a| & \text{khi } n=2k, k\in\mathbb{N}^* \end{cases}$;

♥ $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$.

Giả thiết các biểu thức trên đều có nghĩa.

Ví dụ: Tính

a) $\sqrt[5]{4}.\sqrt[5]{-8}$ b) $\sqrt[3]{5}:\sqrt[3]{625}$ c) $\sqrt[3]{-5\sqrt{5}}$

3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Cho số thực a dương và số hữu tỉ $r=\dfrac{m}{n}$, trong đó $m\in\mathbb{Z}, n\in\mathbb{Z}, n\geq 2$.

Lũy thừa của a với số mũ r được xác định bởi: $a^r=a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$.

Chú ý:

♥ $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}\ (a>0,\ n\geq 2)$.

♥Lũy thừa với số mũ hữu tỉ của số thực dương có đầy đủ các tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên. Với $a>0,\ b>0$ và m,n là các số hữu tỉ, ta có:

♥ $a^m.a^n=a^{m+n}$;   ♥ $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$;   ♥ $\left(a^m\right)^n=a^{mn}$;

♥ $(ab)^m=a^mb^m$;   ♥ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}$.

Ví dụ: Tính:

a) $\left(\dfrac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$ b) $243^{-\frac{2}{5}}$

Ví dụ 6. Viết các số sau dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ

a) $\sqrt[3]{2^5}$ b) $\sqrt[7]{7^2}$

c) $\sqrt[4]{a^5}\ (a>0)$ d) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{a}}}\ (a>0)$

e) $\sqrt[5]{\dfrac{a}{b}\sqrt[3]{\dfrac{b}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}}}\ (a,b>0)$ f) $\dfrac{\left(\sqrt{a}\right)^7.\sqrt[3]{a}\sqrt[4]{a^7}}{\sqrt[12]{a^7}}\ (a>0)$

4. Lũy thừa với số mũ thực

a) Định nghĩa: Cho a là số thực dương, α là số vô tỉ, $\left(r_n\right)$ là dãy số hữu tỉ và $\lim\limits_{n\to+\infty} r_n=\alpha$. Giới hạn của dãy số $\left(a^{r}\right)$ gọi là lũy thừa của a với số mũ α, kí hiệu a^{α}, $a^{\alpha}=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(a^{r}\right)$.

Cho a, b là những số thực dương; α,β là những số thực tùy ý. Khi đó, ta có:

b) Tính chất:

♥ $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$; ♥ $\left(ab\right)^{\alpha}=a^{\alpha}.b^{\alpha}$; ♥ $\left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha}=\frac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}}$;

♥ $\frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}}=a^{\alpha-\beta}$; ♥ $\left(a^{\alpha}\right)^{\beta}=a^{\alpha\beta}$

♥Nếu $a>1$ thì $a^{\alpha}>a^{\beta}\Leftrightarrow\alpha>\beta$.

♥Nếu $0<a<1$ thì $a^{\alpha}>a^{\beta}\Leftrightarrow\alpha<\beta$

Ví dụ: Rút gọn biểu thức $P=\frac{6^{2+\sqrt{5}}.2^{1-\sqrt{5}}}{3^{3+\sqrt{5}}}$.

Ví dụ: Rút gọn biểu thức $P=\frac{a^{\sqrt{5}+1}.a^{7-\sqrt{5}}}{\left(a^{3-\sqrt{2}}\right)^{3+\sqrt{2}}}$ $\left(a>0\right)$.

Ví dụ: Rút gọn biểu thức $P=\frac{a^{\sqrt{5}-1}.a^{3-\sqrt{5}}}{\left(a^{\sqrt{3}+1}\right)^{\sqrt{3}-1}}$ $\left(a>0\right)$.

Ví dụ: Rút gọn biểu thức $P=\left(x^{\sqrt{2}}y\right)^{\sqrt{2}}\left(9y^{-\sqrt{2}}\right)$ (với $x, y>0$).

Ví dụ: Ông A đi gửi tiết kiệm ngân hàng với số tiền là m đồng. Gửi trong n tháng với lãi suất hàng tháng là r. Tính số tiền cả vốn lẫn lãi T mà ông A nhận được sau cuối tháng thứ n là

A. $T=m\left(1+nr\right)$ **B.** $T=m\left(1+r\right)^{n}$

C. $T=m\left(1+r\right)^{n+1}$ **D.** $T=\frac{m}{r}\left[\left(r+1\right)^{n}-\left(r+1\right)\right]$

Ví dụ: Rừng ở vườn quốc gia Cát Tiên có trữ lượng gỗ 3.10^{5} mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong khu rừng đó là 5% mỗi năm. Sau 7 năm khu rừng đó sẽ có bao nhiêu mét khối gỗ?

A. $3.10^{5}.1,14^{5}\left(m^{3}\right)$ **B.** $3.10^{5}\left(1+0,04^{5}\right)\left(m^{3}\right)$

C. $3.10^{5}+0,04^{5}\left(m^{3}\right)$ **D.** $3.10^{5}.1,05^{7}\left(m^{3}\right)$

Ví dụ: Một người gửi 130 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép liên tục trong vòng 2 năm 9 tháng. Hỏi người này gửi theo hình thức nào thì lợi nhuận cao nhất? Biết rằng nếu rút trước hạn thì hưởng lãi suất không kì hạn là $3\%/$ năm (đơn vị lấy chẵn 1000 đồng)

A. Kì hạn 3 tháng lãi suất $10\%/$ năm.

B. Kì hạn 6 tháng lãi suất $11\%/$ năm.

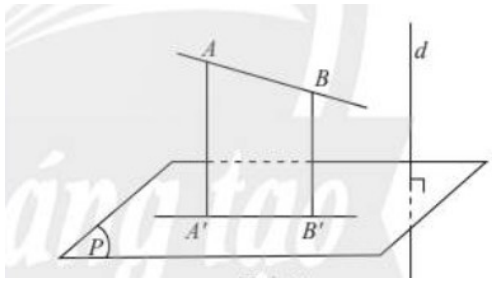
C. Kì hạn 4 tháng lãi suất $10,5\%/$ năm.

D. Kì hạn 1 năm lãi suất $12\%/$ năm.

Thầy Trần Tuấn Việt

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11
ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG (tiếp) - PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Phép chiếu vuông góc



Cho mặt phẳng (P) và đường thẳng d vuông góc với (P). Phép chiếu song song theo phương của d lên mặt phẳng (P) được gọi là phép chiếu vuông góc lên (P).

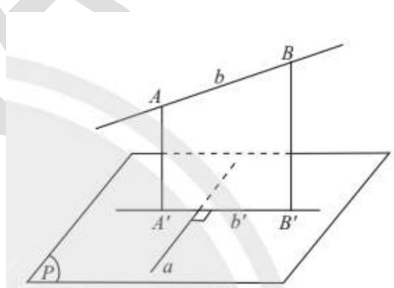
Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD và $SA \perp (ABCD)$. Tìm hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABCD) và hình chiếu vuông góc của điểm D trên mặt phẳng (SAB).

Chú ý:

a) Phép chiếu vuông góc lên một mặt phẳng là một trường hợp đặc biệt của phép chiếu song song nên có đầy đủ các tính chất của phép chiếu song song.

b) Người ta còn dùng "phép chiếu lên (P) " thay cho "phép chiếu vuông góc lên (P) " và dùng $\left(\mathcal{H}'\right)$ là hình chiếu của $(\mathcal{H})$ trên (P) thay cho $\left(\mathcal{H}'\right)$ là hình chiếu vuông góc của $(\mathcal{H})$ trên (P).

Định lí 3 đường vuông góc:



Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và b là đường thẳng không nằm trong (P) và không vuông góc với (P). Gọi b' là hình chiếu vuông góc của b trên (P). Khi đó a vuông góc với b khi và chỉ khi a vuông góc với b'.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD và có canh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Chứng minh $CD \perp SD$ và $CB \perp SB$.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$. Cho biết ABCD là hình thang vuông tại A và D, $AB = 2AD$.

a) Chứng minh $CD \perp (SAD)$.

b) Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh $CM \perp (SAB)$.

Câu 4. Cho hình vuông ABCD. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, AD. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại H, lấy điểm S. Chứng minh rằng:

a) $AC \perp (SHK)$;

b) $CK \perp (SDH)$.

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, có các cạnh bên đều bằng 2a.

a) Tính góc giữa SC và AB.

b) Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SAB trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Thầy Trần Ngọc Hà