

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  
**HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 10.** Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a + 2b + 3c = 1$ . Tìm GTLN và GTNN của:

$$P = (a + 6b + 6c)(a + b + c)$$

HD:

Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + 2b + 3c = 1$   
Tìm GTLN, GTNN của biểu thức  
 $P = (a + 6b + 6c)(a + b + c)$   
(Đề thi chuyên Toán HN 2023)

HD

Từ giả thiết  $\Rightarrow \begin{cases} 0 \leq a \leq 1 \\ 0 \leq b \leq \frac{1}{2} \\ 0 \leq c \leq \frac{1}{3} \end{cases}$

Ta có:

$$4P = (a + 6b + 6c)(4a + 4b + 4c) \text{ Theo BĐT AM-GM:}$$
$$4P \leq \left( \frac{a + 6b + 6c + 4a + 4b + 4c}{2} \right)^2 = \left( \frac{5 - 5c}{2} \right)^2 \leq \frac{25}{4}$$
$$\Rightarrow P \leq \frac{25}{16} \text{ Dấu } = \text{ có khi } \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{3}{8} \\ c = 0 \end{cases}$$

GTLN của  $P = \frac{25}{16}$  khi  $a = \frac{1}{4}, b = \frac{3}{8}, c = 0$

\* Ta có:  $P = a^2 + 6b^2 + 6c^2 + 7ab + 12bc + 7ca$   
 $\rightarrow 3P = 3a^2 + 18b^2 + 18c^2 + 21ab + 36bc + 21ca$   
 $(a + 2b + 3c)^2 = 2 = 2a^2 + 8b^2 + 18c^2 + 8ab + 24bc + 12ca$   
 $\rightarrow 3P - 2 = a^2 + 10b^2 + 13ab + 12bc + 9ca \geq 0$   
Dấu = xảy ra khi  $a = b = 0, c = \frac{1}{3}$   
 $\Rightarrow P \geq \frac{2}{3}$

GTNN của  $P = \frac{2}{3}$  khi  $a = b = 0, c = \frac{1}{3}$