

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 9. Cho 2014 số tự nhiên bất kỳ. Chứng minh rằng trong số các số đó có một số chia hết cho 2014 hoặc có một số số mà tổng của các số ấy chia hết cho 2014.

HD:

Gọi 2014 số tự nhiên đã cho là $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$.

Xét dãy $S_1 = a_1; S_2 = a_1 + a_2; \dots; S_{2014} = a_1 + a_2 + \dots + a_{2014}$

Chia tất cả các số hạng của dãy cho 2014 ta có các trường hợp sau:

- Trường hợp 1: Nếu có một số hạng nào của dãy chia hết cho 2014 thì bài toán được chứng minh.
- Trường hợp 2: Nếu không có số hạng nào của dãy chia hết cho 2014 thì vì có tất cả 2014 phép chia mà số dư chỉ gồm 1, 2, ..., 2013 do đó theo nguyên lý Dirichle có ít nhất hai số hạng của dãy có cùng số dư khi chia cho 2014. Gọi hai số hạng đó là S_i và S_j .

Không mất tính tổng quát, giả sử $1 \leq i < j \leq 2014$ thì

$$S_i = a_1 + a_2 + \dots + a_i \text{ và } S_j = a_1 + a_2 + \dots + a_i + \dots + a_j$$

Lúc đó $S_j - S_i : 2014 \Rightarrow a_{i+1} + \dots + a_j : 2014$. Từ đó ta có điều phải chứng minh.

HÌNH HỌC

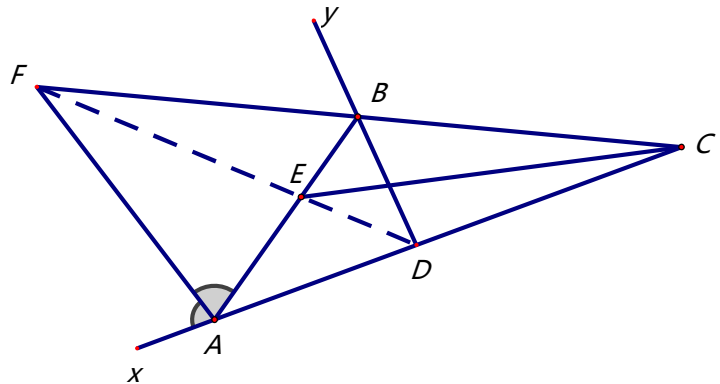
Câu 16. Cho ΔABC , $\widehat{B} = 120^\circ$. Phân giác BD, CE. Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài tại đỉnh A của ΔABC cắt BC tại F. Chứng minh:

a) $\widehat{ADF} = \widehat{BDF}$

b) D, E, F thẳng hàng

HD:

a) Vì góc B bằng 120° nên BF là phân giác góc ABy, AF là phân giác góc BAx nên DF là phân giác góc ADB hay $\widehat{ADF} = \widehat{BDF}$.



b) BE là phân giác góc FBD, CE là phân giác góc BCD nên DE là phân giác góc ADB, vậy DE và DF là phân giác góc ADB hay D, E, F thẳng hàng.