

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 16. Cho a, b, c là các số thực thoả mãn điều kiện: $3 \leq a \leq 5; 3 \leq b \leq 5; 3 \leq c \leq 5$

và $a^2 + b^2 + c^2 = 50$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = a + b + c$.

HD:

Theo đề bài ta có $(a-3)(b-3)(c-3) \geq 0$ và $(5-a)(5-b)(5-c) \geq 0$

$$\Rightarrow (abc - 3ab - 3bc - 3ac + 9a + 9b + 9c - 27) + (-abc + 5ab + 5bc + 5ac - 25a - 25b - 25c + 125) \geq 0$$

$$\Rightarrow 2ab + 2bc + 2ac - 16a - 16b - 16c + 98 \geq 0$$

$$\Rightarrow 2ab = 2bc + 2ac \geq 16a + 16b + 16c - 98$$

Xét

$$P^2 = (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac \geq 50 + 16a + 16b + 16c - 98$$

$$\Rightarrow (a+b+c)^2 \geq 16(a+b+c) - 48$$

$$\text{Ta được } P^2 - 16P + 48 \geq 0 \Rightarrow (P-8)^2 \geq 16 \Rightarrow P \geq 12 \text{ hoặc } P \leq 4$$

$$\text{Do } \begin{matrix} a, b, c \geq 3 \Rightarrow P \geq 9 \\ a, b, c \leq 5 \Rightarrow P \leq 15 \end{matrix} \Rightarrow P \geq 12$$

Vậy $\text{MIN } P = 12$ khi a, b, c có giá trị là 3, 4, 5 (các giá trị hoán vị cho nhau)