

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
 Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Câu 11. Tìm nghiệm nguyên x, y của phương trình: $x^2 + y^2 - x - y = 2$

HD:

$$\begin{aligned} 1. \quad x^2 + y^2 - x - y = 2 &\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 - 4x - 4y = 8 \\ &\Leftrightarrow (4x^2 - 4x + 1) + (4y^2 - 4y + 1) = 10 \\ &\Leftrightarrow (2x-1)^2 + (2y-1)^2 = 10 \end{aligned}$$

Vì $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x-1; 2y-1 \in \mathbb{Z}$. Mà $\begin{cases} 1^2 + 3^2 = 10 \\ (-1)^2 + (-3)^2 = 10 \\ 3^2 + 1^2 = 10 \\ (-3)^2 + (-1)^2 = 10 \end{cases}$ nên ta có các trường hợp:

$2x-1$	1	1	-1	-1	3	3	-3	-3
$2y-1$	3	-3	3	-3	1	-1	1	-1
x	1	1	0	0	2	2	-1	-1
y	2	-1	2	-1	1	0	1	0

Vậy các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn là:

$$(1; 2); (1; -1); (0; 2); (0; -1); (2; 1); (2; 0); (-1; 1); (-1; 0).$$

Câu 4. Cho tam giác ABC. điểm D thuộc cạnh BC. Đường thẳng đi qua D và song song với AC cắt AB ở E. Đường thẳng đi qua D và song song với AB cắt AC ở F. Gọi I là giao điểm của DE và BF, K là giao điểm của DF và CE. Đặt $S_{CDK} = S_1, S_{BKI} = S_2$. Chứng minh rằng:

a) IK song song với BC;

b) $S_1 + S_2 = S_{DEF}$.

HD:

a) Do $DE // AC$ và $DF // AB$ nên $\frac{FI}{IB} = \frac{AE}{EB} = \frac{FK}{KD} \Rightarrow IK // BC$ (định lí Ta-lét đảo).

b) Do $IK // BC$ nên $S_1 = S_{DIC}$.

Do $ID // FC$ nên $S_{DIC} = S_{DIF}$. Suy ra $S_1 = S_{DIF}$

Do $DF // BE$ nên $S_{BED} = S_{BEF}$.

Cùng trừ đi S_{BKI} được $S_2 = S_{EIF}$.

Từ (1) và (2) suy ra $S_1 + S_2 = S_{DIF} + S_{EIF} = S_{DEF}$.

