

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI**  
**LUYỆN ĐỀ HỌC SINH GIỎI**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho  $x, y, z$  là các số nguyên dương thỏa mãn  $\begin{cases} 2^x - 1 = y^z \\ x > 1 \end{cases}$ . Chứng minh rằng  $z = 1$ .

**Câu 2.** a) Giải phương trình:  $x(x+2)(x^2+2x+2)+1=0$

b) Tìm các cặp số tự nhiên  $(x; y)$  thỏa mãn  $(4x+15y+1)(4^{|x|}+x^2+x+y)=305$

**Câu 3.** Cho  $x, y$  là các số thực khác 0 và thỏa mãn đồng thời các điều kiện  $x + \frac{1}{y} = 2; y + \frac{1}{x} = 3$ . Tính

giá trị của biểu thức  $E = \frac{x^3y^3}{x^6y^6+1}$ .

**Câu 4.** Cho 2 số nguyên  $a, b$  thỏa mãn điều kiện  $a^2 + b^2 + 2ab - 7a + 2b + 1 = 0$ . Chứng minh rằng:  $a + b + 1 : 3$  và  $a$  là số chính phương.

**Câu 5.** Tìm tất cả các số nguyên dương  $n$  để số  $a = 11\dots1 - 77\dots7$  là bình phương đúng (với  $2n$  chữ số 1,  $n$  chữ số 7).

**Câu 6.** 1) Giải phương trình  $(x^2 - 4x + 11)(x^4 - 8x^2 + 21) = 35$

2) Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện  $x + y + z = 2, x^2 + y^2 + z^2 = 18$  và  $xyz = -1$

Tính giá trị của  $S = \frac{1}{xy+z-1} + \frac{1}{yz+x-1} + \frac{1}{xz+y-1}$

**Câu 7.** Cho đa thức  $A = n^3 + 9n^2 + 23n + 15$ .

a) Phân tích đa thức thành nhân tử.

b) Chứng minh  $A$  chia hết cho 48 với mọi  $n$  là số tự nhiên lẻ.

**Câu 8.** Cho  $a, b$  là bình phương của 2 số nguyên lẻ liên tiếp. Chứng minh  $ab - a - b + 1 : 48$

**Câu 9.** Tìm tất cả các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $x > y > 0$  và  $x^3 + 7y = y^3 + 7x$

**Câu 10.** Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  $(x, y)$  sao cho số  $A = 4x^4 + y^4$  là một số nguyên tố

**Thầy Trần Ngọc Hà**

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI**  
**TỈ SỐ DIỆN TÍCH (tiếp)**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho tam giác ABC có diện tích S. Một đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác cắt các cạnh AB và AC theo thứ tự ở M và N. Chứng minh rằng :

a)  $S_{AMN} \geq \frac{4}{9}S$ ;

b)  $S_{AMN} \leq \frac{1}{2}S$ .

**Câu 2.** Cho tam giác ABC có diện tích S, điểm D thuộc cạnh AB sao cho  $AD = \frac{1}{3}AB$ , điểm E thuộc cạnh BC sao cho  $BE = \frac{2}{5}BC$ . Gọi O là giao điểm của AE và CD, F là giao điểm của BO và AC.

Tính diện tích tam giác DEF.

**Câu 3.** Cho tam giác ABC có diện tích S. Một đường thẳng song song với BC cắt AB và AC theo thứ tự ở D và E. Tính diện tích lớn nhất của tam giác BDE.

**Thầy Trần Tuấn Việt**