

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6**  
**BẤT ĐẲNG THỨC PHÂN SỐ**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**1. Bất đẳng thức phân số với một vế là tổng phân số có quy luật.**

Câu 1. Chứng tỏ  $\frac{49}{100} < \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$

Câu 2. Chứng tỏ  $A = \frac{1}{7^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$  không phải là một số nguyên.

Câu 3. Chứng tỏ  $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2022^2} < \frac{1}{2}$ .

Câu 4. Chứng minh rằng:  $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$

Câu 5. Chứng minh  $A = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{2499}{2500} > 48$

Câu 6. Chứng tỏ  $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{16}$ .

Câu 7. Chứng minh rằng:  $\frac{1}{4} < A = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{2016}{5^{2016}} < \frac{1}{3}$ .

Câu 8. Chứng minh rằng:  $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{16}$

**2. Phương pháp chia để trị chứng minh bất đẳng thức phân số.**

Câu 9. Cho  $S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14}$ , CMR:  $1 < S < 2$

Câu 10. Cho  $M = \frac{5}{11} + \frac{5}{12} + \frac{5}{13} + \frac{5}{14}$ , chứng tỏ  $1 < M < 2$ .

Câu 11. Cho  $A = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{200}$

a) Chứng minh A không có giá trị nguyên

b) Chứng minh  $A > \frac{7}{12}$

c) Chứng minh  $A < \frac{5}{6}$

Câu 12. CMR:  $\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} > \frac{7}{12}$

**Câu 13.**  $A = \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{80}$ . Chứng minh  $1 < A < 2$

**Câu 14.** Chứng minh  $B = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{149} + \frac{1}{150} > \frac{1}{3}$

**Câu 15.**

a) So sánh  $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{17}$  với số 3.

b) So sánh A với  $B = \frac{2020}{2021} + \frac{2021}{2022} + \frac{2022}{2020}$

c) Chứng minh A không là số tự nhiên.

**Câu 16.** Chứng minh  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{64} > 4$

**Câu 17.**

a) Tính số số hạng trong dãy số  $\frac{1}{2^n + 1}, \frac{1}{2^n + 2}, \dots, \frac{1}{2^{n+1}}$ .

b) Chứng minh  $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{2021}} > 1010$

c) Chứng minh  $B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{2021} - 1} < 2021$

**Câu 18.** Cho  $M = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{100} - 1}$

Chứng minh rằng:  $50 < M < 100$

**Câu 19.** So sánh  $A = \frac{2059}{1} + \frac{2058}{2} + \dots + \frac{2}{2058} + \frac{1}{2059}$  với 10000

Thầy Trần Tuấn Việt

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6**  
**ÔN TẬP CÁC BÀI TOÁN NÂNG CAO**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học:.....

**Câu 1 (4 điểm):** Tính giá trị các biểu thức sau

a)  $A = \frac{-3}{4} + \frac{2}{7} + \frac{-9}{4} + \frac{3}{5} + \frac{19}{7}$

b)  $B = 2^3 \cdot 5^3 - 3 \cdot \{400 - [673 - 2^3(7^8 : 7^6 + 2023^0)]\}$

c)  $C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3}$

d)  $D = \frac{-1}{20} + \frac{-1}{30} + \frac{-1}{42} + \frac{-1}{56} + \frac{-1}{72} + \frac{-1}{90}$

**Câu 2 (3 điểm):** Tìm số nguyên x biết

a)  $8 \cdot 6 + 288 : (x - 3^2) = 50$

b)  $3 + 2^{x-1} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$

c)  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (2x - 1) = 225$

**Câu 3 (4 điểm):**

1. Tìm số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Biết rằng hai chữ số của số đó đều là số nguyên tố. Tích của số đó với các chữ số của nó là số có 3 chữ số giống nhau được tạo thành từ chữ số hàng đơn vị của số đó.

2. Tìm số nguyên n để  $A = 2n^2 + n - 6$  chia hết cho  $2n + 1$ .

3. Tìm các số tự nhiên x, y, z nhỏ nhất khác không sao cho  $18x = 24y = 36z$

**Câu 4 (6 điểm):**

1. Cho hai tia Ox và Oy đối nhau, trên tia Ox lấy hai điểm A và M sao cho  $OA = 5\text{cm}$ ,  $OM = 1\text{cm}$ ; trên tia Oy lấy điểm B sao cho  $OB = 3\text{cm}$ . Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

2. Gia đình bạn Bình mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng diện tích ao tăng thêm  $600\text{m}^2$  và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới. Biết rằng cọc nọ cách cọc kia  $1\text{m}$ .

**Câu 5 (3 điểm):**

1. Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn:  $3xy + 2x - 5y = 6$ .

2. Tìm số tự nhiên n để phân số  $M = \frac{6n-3}{4n-6}$  đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

**Câu 6 (0,5 điểm):** Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2014}}{\frac{2013}{1} + \frac{2012}{2} + \frac{2011}{3} + \dots + \frac{1}{2013}}$

**Câu 7 ( 0,5 điểm)**

a) Tính giá trị biểu thức  $C = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{27 \cdot 28 \cdot 29 \cdot 30}$

b) Tính giá trị biểu thức  $M = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}}{\frac{1}{1.99} + \frac{1}{3.97} + \frac{1}{5.95} + \dots + \frac{1}{97.3} + \frac{1}{99.1}}$ .

**Câu 8 (0,5 điểm).** Tính giá trị biểu thức  $M = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}}{\frac{1}{1.99} + \frac{1}{3.97} + \frac{1}{5.95} + \dots + \frac{1}{97.3} + \frac{1}{99.1}}$

**Câu 9 (0,5 điểm).** Chứng minh rằng:  $L = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{3}{4}$

**Câu 10 (0,5 điểm).** Cho  $S = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}}$ . So sánh S và  $\frac{1}{5}$ .

**Câu 11 (0,5 điểm).** Chứng tỏ rằng  $\frac{7}{12} < K = \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{40} < \frac{5}{6}$ .

**Câu 12 (0,5 điểm).** Chứng minh:  $S = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{529} < \frac{22}{23}$

**Câu 13 (0,5 điểm).** Chứng minh:  $S = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{529} < 0.7$

**Câu 14 (0,5 điểm).** Với n là một số nguyên dương, n giai thừa là tích của n số nguyên dương đầu tiên, kí hiệu là " n ! ". Ví dụ  $4! = 1.2.3.4$ . Chứng minh rằng

$$M = \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{2023!} < 1.$$

**Câu 15 (0,5 điểm)** Chứng tỏ rằng:  $\frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{10^2 + 11^2} < \frac{9}{20}$

**Câu 16 (0,5 điểm)** Chứng tỏ rằng:  $S = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} < \frac{1}{4} (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$

**Câu 17 (0,5 điểm)** Cho  $S = \frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots + \frac{99}{5^{100}}$ . Chứng tỏ rằng  $S < \frac{1}{16}$

**Câu 18 ( 0,5 điểm)**

a) Chứng minh rằng nếu phân số  $\frac{7n^2 + 1}{6}$  là số tự nhiên với  $n \in \mathbb{N}$  thì các phân số  $\frac{n}{2}; \frac{n}{3}$  là các phân số tối giản.

b) Tìm các số nguyên dương x, y biết rằng  $\frac{1}{x} + \frac{y}{2} = \frac{5}{8}$

Thầy Nguyễn Văn Minh