

**TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12**  
**HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

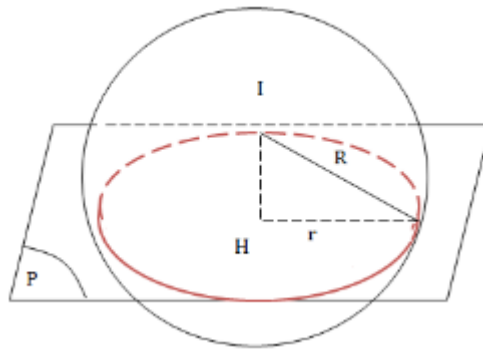
Họ và tên:.....Ngày học:.....

**CA 1**

**Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  cắt mặt phẳng  $(P): x + y - z + 4 = 0$  theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$ . Tính diện tích  $S$  của đường tròn  $(C)$ .

- A.  $S = \frac{2\pi\sqrt{78}}{3}$ .      B.  $S = 2\pi\sqrt{6}$ .      C.  $S = 6\pi$ .      D.  $S = \frac{26\pi}{3}$ .

HD: Chọn C



Ta có  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 0)$  và  $R = 3$ .

Gọi  $r$  là bán kính đường tròn giao tuyến.

$$\text{Khi đó } d(I; (P)) = \frac{|1 + 2 + 4|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{6} \Rightarrow S = \pi r^2 = 6\pi$$

**Câu 15:** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  đi qua  $A(-1; 2; 0)$ ,  $B(-2; 1; 1)$  và có tâm nằm trên trục  $Oz$ , có phương trình là

- A.  $x^2 + y^2 + z^2 - z - 5 = 0$ .      B.  $x^2 + y^2 + z^2 + 5 = 0$ .  
C.  $x^2 + y^2 + z^2 - x - 5 = 0$ .      D.  $x^2 + y^2 + z^2 - y - 5 = 0$ .

HD: Chọn A

Gọi tâm  $I(0; 0; c) \in Oz$

Suy ra phương trình mặt cầu có dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2cz + d = 0$  với  $c^2 - d > 0$ .

Do mặt cầu đi qua  $A(-1;2;0)$ ,  $B(-2;1;1)$  ta có hệ 
$$\begin{cases} d = -5 \\ -2c + d = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{2} \\ d = -5 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu là  $x^2 + y^2 + z^2 - z - 5 = 0$

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(1;2;-1)$  và cắt mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$  theo một đường tròn có bán kính bằng 4 có phương trình là

A.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$ .

B.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ .

C.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ .

D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$ .

HD: Chọn C

Theo đề bài ta có  $r = 4$ .

$$OI = d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{9}{3} = 3$$

Khi đó ta có:  $R = \sqrt{OI^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Ta có phương trình mặt cầu cần tìm là:  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$

### CA 2

**Câu 6. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh -2019)** Gọi  $S$  là tổng các số thực  $m$  để phương trình  $z^2 - 2z + 1 - m = 0$  có nghiệm phức thỏa mãn  $|z| = 2$ . Tính  $S$ .

A.  $S = 6$ .

B.  $S = 10$ .

C.  $S = -3$ .

D.  $S = 7$ .

HD: Chọn D

Ta có:  $z^2 - 2z + 1 - m = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = m$  (1)

+) Với  $m \geq 0$  thì (1)  $\Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{m}$ . Do  $|z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm \sqrt{m}| = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 9 \end{cases}$  (thỏa mãn).

+) Với  $m < 0$  thì (1)  $\Leftrightarrow z = 1 \pm i\sqrt{-m}$ .

Do  $|z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm i\sqrt{-m}| = 2 \Leftrightarrow 1 - m = 4 \Leftrightarrow m = -3$  (thỏa mãn).

Vậy  $S = 1 + 9 - 3 = 7$ .

**Câu 7. (THPT Phan Bội Châu - Nghệ An -2019)** Gọi  $z_1; z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ .

A.  $10\sqrt{3}$ .

B.  $5\sqrt{2}$ .

C.  $2\sqrt{10}$ .

D. 20.

HD: Chọn D

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases}$$

Do đó:  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |-1 + 3i|^2 + |-1 - 3i|^2 = 20$ .

Suy ra  $|z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{6}}{3}$ . Vậy  $P = \frac{4}{3}$ .

**Câu 8. (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Gọi  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình  $z^2 - 6z + 13 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $1 - z_0$  là

- A.  $M(-2; 2)$ .      B.  $Q(4; -2)$ .      C.  $N(4; 2)$ .      D.  $P(-2; -2)$ .

HD: **Chọn D**

Ta có  $z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i (TM) \\ z = 3 - 2i (L) \end{cases}$ .

Suy ra  $1 - z_0 = 1 - (3 + 2i) = -2 - 2i$ . Điểm biểu diễn số phức  $1 - z_0$  là  $P(-2; -2)$ .

**Câu 9. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - z + 3 = 0$ . Khi đó  $|z_1| + |z_2|$  bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .      B.  $2\sqrt{3}$ .      C. 6.      D. 3.

HD: **Chọn B**

Giải phương trình  $z^2 - z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases}$ .

Khi đó:  $|z_1| + |z_2| = \left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \right| + \left| \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \right| = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 10. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019)** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $3z^2 - z + 2 = 0$ . Tính giá trị biểu thức  $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$ .

- A.  $T = \frac{2}{3}$ .      B.  $T = \frac{8}{3}$ .      C.  $T = \frac{4}{3}$ .      D.  $T = -\frac{11}{9}$ .

HD:

Phương trình  $3z^2 - z + 2 = 0$  có  $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = -23 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1 - \sqrt{23}i}{6} \\ z_2 = \frac{1 + \sqrt{23}i}{6} \end{cases}$ .

$|z_2|^2 = |z_1|^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{23}}{6}\right)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ .

**Câu 11.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 4z + 5 = 0$ . Giá trị của biểu thức  $(z_1 - 1)^{2019} + (z_2 - 1)^{2019}$  bằng?

A.  $2^{1009}$ .

B.  $2^{1010}$ .

C. 0.

D.  $-2^{1010}$ .

HD: Chọn D

Ta có  $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + i \\ z = 2 - i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - 1 = 1 + i \\ z - 1 = 1 - i \end{cases}$

Mà  $i^2 = -1; i^4 = 1; (1+i)^2 = 2i; (1+i)^4 = -4; (1-i)^2 = -2i; (1-i)^4 = -4;$

Suy ra  $(z_1 - 1)^{2019} + (z_2 - 1)^{2019} = ((1-i)^4)^{504} \cdot (1-i)^2 (1-i) + ((1+i)^4)^{504} \cdot (1+i)^2 \cdot (1+i)$   
 $= (-4)^{504} \cdot (-2i) \cdot (1-i) + (-4)^{504} \cdot (2i) \cdot (1+i) = 4^{504} \cdot 2i \cdot (-1+i+1+i) = 4^{504} \cdot 2i \cdot 2i = -2^{1010}$

**Câu 12.** Cho các số phức  $z, w$  khác 0 thỏa mãn  $z + w \neq 0$  và  $\frac{1}{z} + \frac{3}{w} = \frac{6}{z+w}$ . Khi đó  $\left| \frac{z}{w} \right|$  bằng

A.  $\sqrt{3}$ .

B.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

C. 3.

D.  $\frac{1}{3}$ .

HD: Chọn B

Ta có  $\frac{1}{z} + \frac{3}{w} = \frac{6}{z+w} \Leftrightarrow \frac{w+3z}{zw} = \frac{6}{z+w} \Leftrightarrow (w+3z)(z+w) = 6zw \Leftrightarrow 3z^2 - 2zw + w^2 = 0$

$\Leftrightarrow 3\left(\frac{z}{w}\right)^2 - 2\frac{z}{w} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{z}{w} = \frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{2}}{3}i \Rightarrow \left| \frac{z}{w} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$

**Câu 13. (Sở Thanh Hóa 2023)** Trên tập hợp số phức, xét phương trình  $z^2 - 2mz + 3m + 10 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đó có hai nghiệm  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 + 20 = 0$ .

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

HD: Chọn A

Ta có  $\Delta' = m^2 - 3m - 10$ .

**TH1.**  $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -2 \end{cases}$ . Khi đó  $z_1, z_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow z_1 = \overline{z_1}, z_2 = \overline{z_2}$ .

$\Rightarrow z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 + 20 = 0 \Leftrightarrow 2z_1 z_2 + 20 = 0 \Leftrightarrow z_1 z_2 + 10 = 0 \Leftrightarrow 3m + 10 + 10 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{20}{3} (tm)$ .

**TH2.**  $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 5$ . Khi đó,  $z_1, z_2$  là hai số phức chứa  $i$  và  $z_1 = \overline{z_2}, \overline{z_1} = z_2$ .

$\Rightarrow z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 + 20 = 0 \Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 + 20 = 0 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 + 20 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{3}{2} (tm) \end{cases}$

**Câu 14. (THPT Kim Liên – Hà Nội 2023)** Trên tập hợp số phức, xét phương trình  $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2}$ .

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

HD: **Chọn B**

Ta có  $\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$ .

Xét phương trình  $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$ , nếu  $\Delta' < 0$  thì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  ( $z_1, z_2$  là hai số phức liên hợp) luôn thỏa mãn điều kiện  $|z_1| = |z_2|$  nên các giá trị  $m$  thỏa mãn  $\Delta' < 0$  thỏa mãn ycbt

Xét  $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5 \Rightarrow m \in \{2, 3, 4\}$

Xét  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$ , do phương trình có hai nghiệm phân biệt nên  $z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow m = 0 (tm)$

Vậy có 4 giá trị nguyên thỏa mãn