

ÔN THI VÀO 10 MÔN TOÁN
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

CA 1

Câu 3-Acsimet.

Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}+1}{x^2}$ và $B = \left(\frac{4x}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-3\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x^2}$ với $x > 0, x \neq 1, x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của A tại $x = 9$.
- 2) Rút gọn B.
- 3) Tìm x để $B < A$.

HD:

- 1) Tính giá trị của A tại $x=9$

Thay $x = 9$ (*tmdk*) vào biểu thức A, ta được:

$$A = \frac{2\sqrt{9}+1}{9^2} = \frac{2.3+1}{81} = \frac{7}{81}$$

Vậy $A = \frac{7}{81}$ tại $x = 9$.

- 2) Rút gọn B.

Ta có: $x - 3\sqrt{x} + 2 = x - \sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 2 = \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - 2(\sqrt{x}-1) = (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)$

$$B = \left(\frac{4x}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-3\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} = \left[\frac{4x}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} \quad \S$$

$$B = \left(\frac{4x}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} = \frac{4x-1}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} = \frac{4x-1}{x^2}$$

Vậy $B = \frac{4x-1}{x^2}$ với $x > 0, x \neq 1, x \neq 4$.

- 3) Tìm x để $B < A$.

$$\text{Đề } B < A \Leftrightarrow \frac{4x-1}{x^2} < \frac{2\sqrt{x}+1}{x^2} \Leftrightarrow \frac{4x-1}{x^2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{x^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{4x-1-2\sqrt{x}-1}{x^2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x-2\sqrt{x}-2}{x^2} < 0$$

Vi $x^2 > 0 \forall x$ thỏa mãn điều kiện, do đó:

$$4x - 2\sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow 4x - 4\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow 4\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) + 2(\sqrt{x}-1) < 0 \Leftrightarrow 2(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) < 0$$

Mà $2\sqrt{x} + 1 > 0 \forall x$ thỏa mãn điều kiện, do đó:

$$\sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp điều kiện: $x > 0, x \neq 1, x \neq 4$

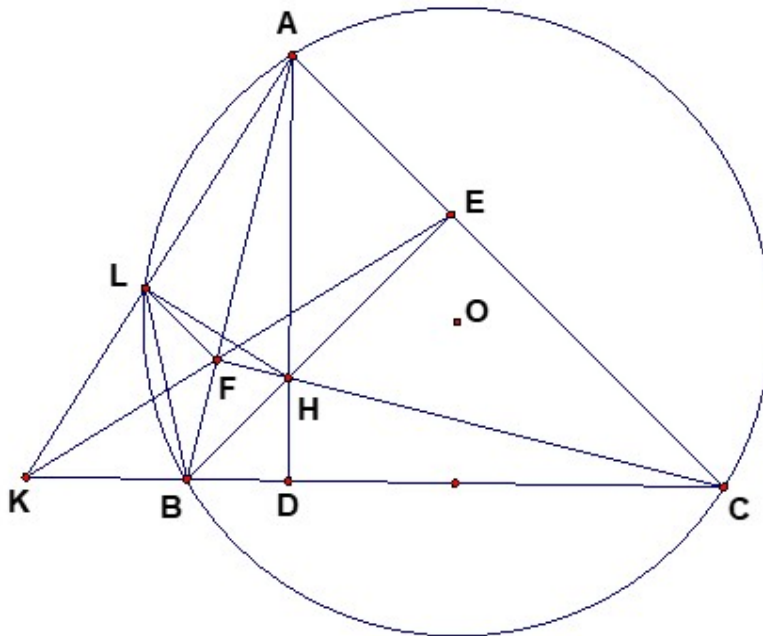
Vậy $0 < x < 1$ để $B < A$.

CA 2

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn (O) và có trực tâm là H . Gọi D, E, F lần lượt là các chân đường cao vẽ từ A, B, C của tam giác ABC .

a) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC , gọi L là giao điểm của đường thẳng AK và đường tròn (O) (L khác A). Chứng minh HL vuông góc với AK .

b) Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B, C). Gọi N và P lần lượt là hai điểm đối xứng của điểm M qua hai đường thẳng AB và AC . Chứng minh ba điểm N, H, P thẳng hàng.



Cách 1:

+ Xét hai tam giác $\triangle KBF$ và $\triangle KEC$ có:

$\widehat{KBF} = \widehat{KEC}$ (vì cùng bù với \widehat{FBC})

Suy ra $\triangle KBF$ và $\triangle KEC$ đồng dạng.

$$\text{Suy ra: } \frac{KB}{KE} = \frac{KF}{KC} \Leftrightarrow KB \cdot KC = KF \cdot KE \quad (1)$$

+ Tương tự: $\triangle KBL$ và $\triangle KAC$ đồng dạng.

$$\text{Suy ra: } \frac{KB}{KA} = \frac{KL}{KC} \Leftrightarrow KB \cdot KC = KL \cdot KA \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $KF \cdot KE = KL \cdot KA \Leftrightarrow \frac{KF}{KA} = \frac{KL}{KE}$; hơn nữa $\widehat{FKL} = \widehat{AKE}$.

Suy ra $\triangle KFL$ và $\triangle KAE$ đồng dạng.

Suy ra $KFL = KAE$.

Do đó 4 điểm A, L, F, E cùng nằm trên đường tròn.

Mà A, E, F nằm trên đường tròn đường kính AH nên L cũng nằm trên đường tròn đường kính AH . Vậy HL vuông góc với AK .

Cách 2:

Ta đi chứng minh L' thuộc đường tròn (O) .

+5 điểm A, L, F, H, E cùng nằm trên đường tròn đường kính AH

Chứng minh KFL và $\triangle KAE$ đồng dạng.

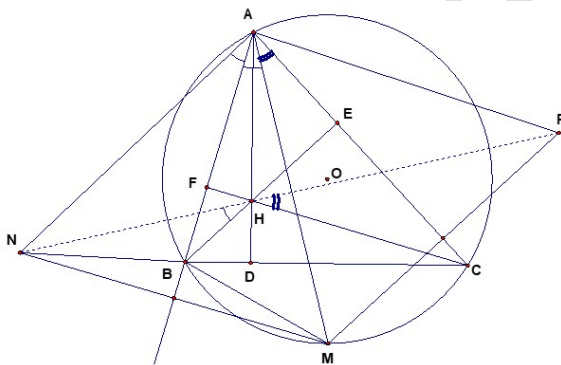
$$\Rightarrow KL' \cdot KA = KF \cdot KE.$$

Tương tự chứng minh được: $KF \cdot KE = KB \cdot KC$

Suy ra $KL' : KA = KB \cdot KC$

Chứng minh được A, L, B, C nội tiếp. Suy ra L' trùng L .

Vậy HL vuông góc với AK



(Không có hình vẽ không chấm bài)

$$+ \text{Ta có: } \begin{cases} \widehat{ANB} = \widehat{AMB} \\ \widehat{AMB} = \widehat{ACB} \end{cases} \Rightarrow \widehat{ANB} = \widehat{ACB}$$

Tứ giác DHEC nội tiếp nên $\widehat{ACB} + \widehat{AHB} = 180^\circ$. Suy ra $\widehat{ANB} + \widehat{AHB} = 180^\circ$.

Do đó tứ giác AHBN nội tiếp trong đường tròn.

Suy ra $\widehat{NHB} = \widehat{NAB}$. Mà $\widehat{NAB} = \widehat{MAB}$ nên $\widehat{NHB} = \widehat{MAB}$

+ Tương tự ta cũng chứng minh được: $\widehat{CHP} = \widehat{MAC}$.

$$+ \text{Suy ra } \widehat{NHB} + \widehat{BHC} + \widehat{CHP} = \widehat{MAB} + \widehat{BHC} + \widehat{MAC} = (\widehat{MAB} + \widehat{MAC}) + \widehat{BHC} \\ = \widehat{BAC} + \widehat{BHC} = \widehat{BAC} + \widehat{FHE} = 180^\circ$$

Suy ra N, H và P thẳng hàng.