

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI**  
**ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Ca 1**

**Câu 1.** Cho  $x, y > 0$  và thỏa mãn  $x + y = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{5}{x^2 + y^2} + \frac{4}{xy}$ .

HD:

Tương tự những bài trước, ta tách để xuất hiện  $\frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{2xy}$ :

$$P = \frac{5}{x^2 + y^2} + \frac{4}{xy} = 5 \left( \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{2xy} \right) + \frac{3}{2xy}$$

Áp dụng:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$  ( $a, b > 0$ ) ta có:

$$P = 5 \left( \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{2xy} \right) + \frac{3}{2xy} \geq 5 \cdot \frac{4}{(x+y)^2} + \frac{3 \cdot 2}{(x+y)^2} = \frac{26}{(x+y)^2} = \frac{26}{9}$$

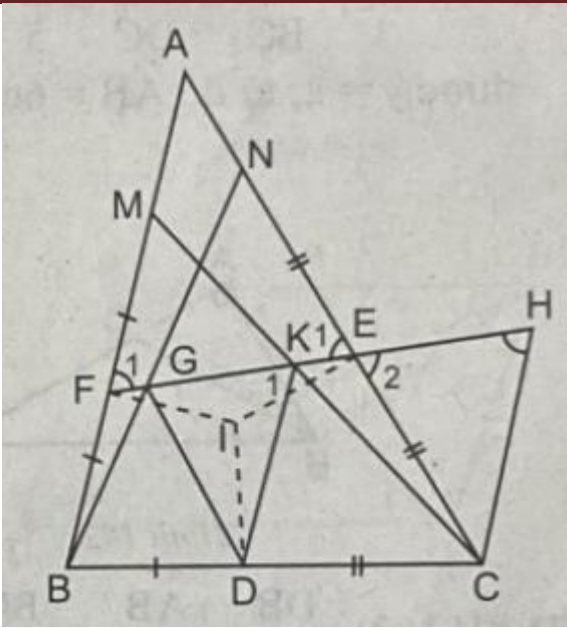
$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} x^2 + y^2 = 2xy \\ x = y \\ x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = y = 1,5$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là  $\frac{26}{9}$  dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow x = y = \frac{3}{2}$ .

**Ca 2**

**Câu 8.** Cho tam giác ABC có A là góc nhọn, I là giao điểm của các đường phân giác. Gọi hình chiếu của I trên BC, AC, AB theo thứ tự là D, E, F. Vẽ M đối xứng với B qua F, vẽ N đối xứng với C qua E. Gọi giao điểm của FE với BN, CM theo thứ tự là G, K. Chứng minh rằng  $DG = DK$ .

HD:



Ta có  $DB = BF = FM, DC = CE = EN, AE = AF$ .

Qua C kẻ đường thẳng song song với AB, cắt FE ở H.

Ta có  $H = F_1 = E_1 = E_2$  nên  $CE = CH$ .

$$\text{Ta có } \frac{DB}{DC} = \frac{FM}{CE} = \frac{FM}{CH} = \frac{KM}{KC}$$

nên  $DK \parallel BM$  (định lí Thalès đảo).

Suy ra  $K_1 = F_1$  (1)

Chứng minh tương tự,  $DG \parallel AC \Rightarrow DGK = E_1$  (2)

Do  $F_1 = E_1$  nên từ (1) và (2) suy ra  $K_1 = DGK$ , do đó  $DG = DK$ .