

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NGUYÊN LÝ DIRICHLET TRONG BẤT ĐẲNG THỨC
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho a, b, c là các số thực không âm bất kì.

Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc + 1 \geq 2(ab + bc + ca)$

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng: $(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \geq 3(a + b + c)^2$

Câu 3. Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 + a^2b^2c^2 + 2 \geq 2(ab + bc + ca)$.

Câu 4. Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc + 3 \geq (a + 1)(b + 1)(c + 1)$

Câu 5. Cho a, b, c dương thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 4$. Chứng minh rằng: $ab + bc + ca - abc \leq 2$

Câu 6. Cho a, b, c là các số dương.

Chứng minh rằng: $(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \geq 3(a + b + c)^2 + (abc - 1)^2$

Câu 7. Cho a, b, c là các số thực không âm có tổng bằng 6. Chứng minh rằng: $3(ab + bc + ca) - abc \leq 28$

Câu 8. Cho a, b, c là các số thực dương có $abc = 1$. Chứng minh: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 3 \geq 2(a + b + c)$

Câu 9. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq a^2 + b^2 + c^2$

Câu 10. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh: $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc + 3 \geq (a + 1)(b + 1)(c + 1)$

Câu 11. Cho a, b, c là các số thực không âm có tổng bằng 3. Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 + abc \geq 4$

Câu 12. Xét x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy + yz + zx - 2xyz$.

Câu 13. Cho a, b, c là các số thực không âm có tổng bằng 1. Chứng minh: $ab + bc + ca - 2abc \leq \frac{7}{27}$

Câu 14. Xét các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = 2(ab + bc + ca) - abc$$

Câu 15. Cho a, b, c là các số dương có tổng bằng 1. Chứng minh rằng: $9abc + 1 \geq 4(ab + bc + ca)$

Thầy Trần Tuấn Việt

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
CHỨNG MINH THẲNG HÀNG- ĐỒNG QUY (Tiếp)
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1(BTVN). Từ điểm A nằm ngoài (O) đường kính BC dựng các tiếp tuyến AE, AF đến (O). Chứng minh trực tâm tam giác ABC nằm trên đường thẳng EF.

Câu 2. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M. Gọi I là trung điểm của BC, D là điểm đối xứng với A qua OM, giao điểm của AB và OM là H

- Chứng minh tứ giác MAOI nội tiếp và $MD^2 = MB.MC$
- Giả sử tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt OI tại F. Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn (O) và ba điểm A, D, F thẳng hàng.
- Kẻ đường kính DK của đường tròn (O). Gọi N là hình chiếu của A trên DK. Đường thẳng MK cắt AN tại E. Chứng minh E là trung điểm của AN.

Câu 3. Từ điểm M nằm ngoài (O) dựng các tiếp tuyến MA, MB đến (O) và cát tuyến MCD, MPQ ($MC < MD$, $MP < MQ$). Chứng minh các dây PD, QC cắt nhau tại một điểm I nằm trên AB.

Câu 4. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), D là một điểm trên cung BC không chứa A. Dựng hình bình hành ADCE. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác ABC và ACE. Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu của K trên BC và AB, gọi I là giao điểm của EK với AC

- Chứng minh rằng ba điểm P, I, Q thẳng hàng
- Chứng minh rằng PQ đi qua trung điểm của KH.

Câu 5. Cho tam giác vuông ABC vuông tại C ($AC < BC$), đường cao CK và phân giác trong BD ($K \in AB, D \in AC$). Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt CK, AB lần lượt tại H và I.

- Chứng minh $AD.AC = DH.AB$.
- Gọi F là trung điểm AD. Đường tròn tâm I bán kính ID cắt BC tại M (M khác B) và cắt AM tại N (N khác M). Chứng minh B, N, F thẳng hàng.

Câu 6. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB, dây CD vuông góc với AB tại F. Gọi M là một điểm thuộc cung nhỏ BC (M khác B, M khác C), hai đường thẳng AM và CD cắt nhau tại E.

- Chứng minh tia MA là phân giác của góc CMD.
- Chứng minh $AC^2 = AE.AM$
- Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng MD và AB, N là giao điểm của hai đường thẳng AM và BC. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEN nằm trên đường thẳng CI.

Câu 7. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Vẽ hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H (E thuộc AC, F thuộc AB)

a) Chứng minh $BH \cdot BE = BF \cdot BA$

b) Đường thẳng CF cắt (O) tại D ($D \neq C$). Gọi P, Q, I lần lượt là các điểm đối xứng của B qua AD, AC, CD; K là giao điểm của BP và AD. Chứng minh ba điểm P, I, Q thẳng hàng.

Thầy Trần Ngọc Hà