TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 10
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và cắt tia Ox, tia Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất. Hãy viết phương trình của d.

HD:

Do A, B lần lượt thuộc tia Ox, Oy và tồn tại tam giác OAB nên ta có $A(a;0), B(0;b)$ với $a>0, b>0$.

Lúc này, ta có:

+ Phương trình đường thẳng d là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

$M(1;2) \in d \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$.

- Diện tích tam giác OAB: $S_{OAB}=\frac{1}{2}.OA.OB=\frac{1}{2}ab$
- ÁP dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

$\frac{1}{a}+\frac{2}{b} \ge 2\sqrt{\frac{1}{a}.\frac{2}{b}} \Rightarrow \frac{1}{2}ab \ge 4$

- Dấu "=" xảy ra khi $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$ và $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}$ => a=2 và b=4

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1 \Leftrightarrow 2x+y-4=0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=2x^2-mx+3m-2$ và $y=g(x)=mx^2-2x+4m-5$.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x)\ge g(x), \forall x\in\mathbb{R}$.

HD:

Theo đề bài, ta có:

$f(x)\ge g(x) \forall x\in R \Leftrightarrow 2x^2-mx+3m-2\ge mx^2-2x+4m-5 \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 2x^2-mx+3m-2-mx^2+2x-4m+5\ge 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (2-m)x^2+(2-m)x-m+3\ge 0 \forall x\in\mathbb{R}$

TH1: $2-m=0 \Leftrightarrow m=2$

Bất phương trình trở thành $-2+3\ge 0 \Leftrightarrow 1\ge 0$ (luôn đúng)

$\text{TH 2}: 2-m\ne 0 \Leftrightarrow m\ne 2$

$(2-m)x^2+(2-m)x-m+3\ge 0 \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ \Delta\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ (2-m)^2-4\cdot(2-m)\cdot(-m+3)\le 0 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ -3m^2 + 16m - 20 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge \dfrac{10}{3} \\ m \le 2 \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m < 2 \\ m \ge \dfrac{10}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} m < 2 \\ m \le 2 \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow m < 2$$

Kết hợp hai trường hợp trên, ta được $m \le 2$

Vậy $m < 2$ thì $f(x) \ge g(x), \forall x \in \mathbb{R}$.