TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

Câu 6. Cho a, b, c là các số dương.

Chứng minh rằng: $\left(a^2+2\right)\left(b^2+2\right)\left(c^2+2\right)\geq 3(a+b+c)^2+(abc-1)^2$

Ta có sự tương đương

$$\left(a^2+2\right)\left(b^2+2\right)\left(c^2+2\right)\geq 3(a+b+c)^2+(abc-1)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)+7+2abc\geq 6(ab+bc+ca).$$

Ta có: $a^2+b^2+c^2+2abc+1\geq 2(ab+bc+ca)$ (do ví dụ 1 ở trang 2). Lại có

$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+3=\left(a^2b^2+1\right)+\left(b^2c^2+1\right)+\left(c^2a^2+1\right)\geq 2ab+2bc+2ca$$

Do đó $2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2+6\geq 4ab+4bc+4ca$. Như vậy ta được điều phải chứng minh.

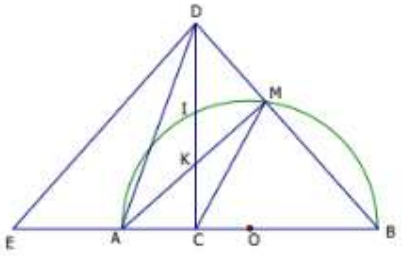
Câu 6: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB.C$ là một điểm nằm giữa O và A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn trên tại $I.K$ là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng $CI(K$ khác C và $I)$, tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M, tia BM cắt tia CI tại D. Chứng minh:

a) Các tứ giác: $ACMD;BCKM$ nội tiếp đường tròn.

b) $CK.CD = CA.CB$

c) Gọi N là giao điểm của AD và đường tròn (O) chứng minh B,K,N thẳng hàng

d) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD nằm trên một đường thẳng cố định khi K di động trên đoạn thẳng CI.



a)

+) Ta có: $AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AMD = 90^\circ$. Tứ giác $ACMD$ có $AMD = ACD = 90^\circ$, suy ra $ACMD$ nội tiếp đường tròn đường kính AD.

+ Tứ giác $BCKM$ nội tiếp

b) Chứng minh $\triangle CKA$ đồng dạng $\triangle CBD$

Suy ra $CK.CD = CA.CB$

c) Chứng minh $BK \perp AD$

Chứng minh góc $BNA = 90^{\circ} \Rightarrow BN \perp AD$

Kết luận B, K, N thẳng hàng

d) Lấy E đối xứng với B qua C thì E cố định và $EDC = BDC$, lại có:

$BDC = CAK$ (cùng phụ với B), suy ra: $EDC = CAK$. Do đó $AKDE$ là tứ giác nội tiếp. Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AKD$ thì O' cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AKDE$ nên $O'A = O'E$, suy ra O' thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AE cố định

VINASTUDY.VN