

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

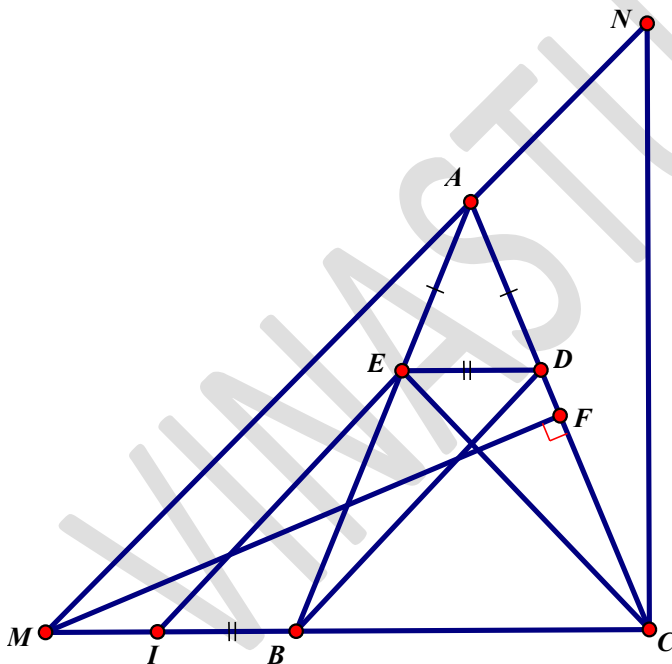
Câu 5. Cho tam giác ABC cân tại A ($AB > BC$). Gọi F là trung điểm của AC, qua F kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt đường thẳng BC tại M. Trên tia đối của tia AM lấy điểm N sao cho $AN = BM$

a) Chứng minh: $\widehat{AMC} = \widehat{BAC}$.

b) Chứng minh: $AM = CN$

c) Lấy điểm D trên cạnh AC, điểm E trên cạnh AB sao cho $AD = AE$. Trên tia BM lấy I sao cho $BI = DE$. Chứng minh: $EI \parallel DB$ và $BD > \frac{BC + DE}{2}$.

HD:



a) Chứng minh $\triangle MAC$ cân tại M

$$\Rightarrow \widehat{AMC} = 180^\circ - 2\widehat{ACB}$$

Lại có: $\triangle ABC$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{BAC} = 180^\circ - 2\widehat{ACB}$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AMC} = \widehat{BAC}$.

$$\widehat{ABM} = \widehat{CAN} \text{ (kề bù với hai góc bằng nhau)}$$

b) Xét $\triangle BMA$ và $\triangle ANC$ có:

$$BM = AN \text{ (GT)}$$

$$AB = AC(\text{GT})$$

$$\widehat{ABM} = \widehat{CAN} \text{ (chứng minh trên)}$$

Suy ra $\triangle BMA = \triangle ANC(\text{c.g.c.})$.

$$\Rightarrow MA = NC$$

c) Vì $AD = AE$ nên tam giác ADE cân tại A và $DC = BE$

Ta có tam giác ADE và ABC cân tại A nên

$$\widehat{AED} = \widehat{ABC} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}$$

Suy ra $DE \parallel BC$

Xét tam giác BIE và EDB có:

$$BI = DE;$$

$$\widehat{EBI} = \widehat{BED} \text{ (do } DE \parallel BC \text{)}$$

BE cạnh chung.

Suy ra $\triangle BIE = \triangle EDB(\text{ c.g.c. }) \Rightarrow EI \parallel DB$

Xét $\triangle BDE$ và $\triangle CED$ có:

$$DC = BE$$

ED là cạnh chung

$$\widehat{BED} = \widehat{CDE}$$

Suy ra $\triangle BED = \triangle CDE(\text{ c.g.c. }) \Rightarrow BD = CE(1)$.

Xét $\triangle BDE$ và $\triangle CED$ có:

$$DC = BE$$

ED là cạnh chung

$$\widehat{BED} = \widehat{CDE}$$

Suy ra $\triangle BED = \triangle CDE(\text{ c.g.c. }) \Rightarrow BD = CE(1)$.

Lại có: $\triangle BIE = \triangle EDB \Rightarrow IE = DB(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $CE = IE = BD$.

Áp dụng bất đẳng thức tam giác trong tam giác EIC ta có:

$$EI + EC > IC = IB + BC = DE + BC.$$

$$\text{Hay } 2BD > DE + BC \Rightarrow BD > \frac{DE + BC}{2}. \text{ Vậy } BD > \frac{BC + DE}{2}.$$