

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI**  
**HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Ca 1**

**Câu 9.**

1. Tìm các số nguyên  $x, y$  thoả mãn:  $5x^2 + 2xy + y^2 - 4x - 40 = 0$ .

Ta có:

$$\begin{aligned}5x^2 + 2xy + y^2 - 4x - 40 &= 0 \\ \Rightarrow (x^2 + 2xy + y^2) + (4x^2 - 4x + 1) - 41 &= 0 \\ \Rightarrow (x + y)^2 + (2x - 1)^2 &= 41\end{aligned}$$

Vì  $x, y$  nguyên nên  $(x + y)^2, (2x - 1)^2$  là các số chính phương, trong đó,  $(2x - 1)^2$  là số chính phương lẻ.

$$\text{Mà } 41 = 25 + 16 = (\pm 5)^2 + (\pm 4)^2$$

Ta có các trường hợp:

$$\text{TH1: } \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 1 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} x + y = -4 \\ 2x - 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\text{TH4: } \begin{cases} x + y = -4 \\ 2x - 1 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy các cặp số  $(x; y)$  cần tìm là  $(-2; -2); (3; -7); (3; 1); (-2; 6)$

**Ca 2**

**Câu 3.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

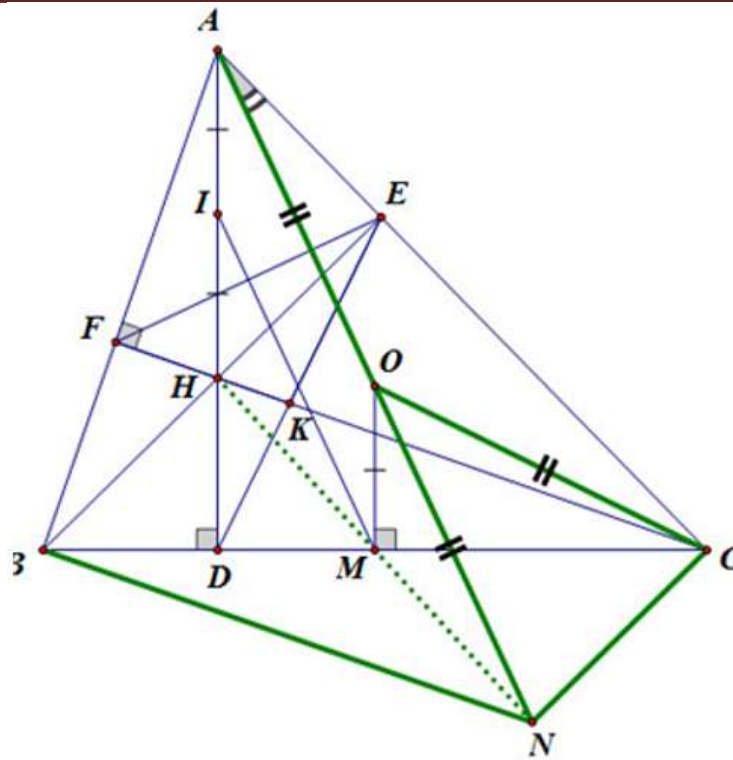
a) Chứng minh  $\triangle ABE \sim \triangle ACF$  và  $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ ;

b) Chứng minh  $\triangle AEF \sim \triangle ABC$  và  $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ ;

c) Gọi K là giao điểm của CF và DE. Chứng minh  $\triangle DEC \sim \triangle ABC$  và  $HF \cdot CK = HK \cdot CF$ ;

d) Gọi I là trung điểm của AH, M là trung điểm của BC. Chứng minh MI vuông góc với EF.

HD:



a) Vì BE và CF là đường cao trong tam giác ABC nên ta có:  $\widehat{AFC} = \widehat{AEB} = 90^\circ$

Xét 2 tam giác  $\triangle ABE, \triangle ACF$  có:

$$\widehat{AFC} = \widehat{AEB} = 90^\circ$$

$\widehat{FAE}$  chung

$$\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ACF (g.g) \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AE.AC = AF.AB (\text{đpcm}).$$

b) Xét 2 tam giác  $\triangle AEF, \triangle ABC$  có:

$\widehat{FAE}$  chung

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ABC} (\text{đpcm}) (1)$$

c) Xét 2 tam giác  $\triangle ADC, \triangle BEC$  có:

$$\widehat{BEC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$$

$\widehat{ECD}$  chung

$$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle BEC (g.g) \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{CE} \Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{CE}$$

Xét 2 tam giác  $\triangle DEC, \triangle ABC$  có:

$$\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{CE}$$

$\widehat{ECD}$  chung

$$\Rightarrow \triangle CED \sim \triangle CBA \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{CED} = \widehat{ABC} \text{ (2 góc tương ứng) (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{AEF} = \widehat{CED}$ .

Lại có:  $\widehat{AEF} + \widehat{FEB} = 90^\circ$   
 $\widehat{EDC} + \widehat{BED} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{FEB} = \widehat{BED} \Rightarrow EH \text{ là phân giác của } \widehat{FEK}$$

$$\Rightarrow \frac{HF}{HK} = \frac{EF}{EK} \text{ (3)}$$

Mà EH là phân giác của  $\widehat{FEK}$  và  $EC \perp EH$  nên EC là phân giác ngoài của  $\widehat{FEK}$ .

$$\Rightarrow \frac{CF}{CK} = \frac{EF}{EK} \text{ (4)}$$

Từ (3) và (4) suy ra:  $\frac{HF}{HK} = \frac{CF}{CK} \Rightarrow HF \cdot CK = HK \cdot CF$

d) Dụng N đối xứng qua O là giao 3 đường trung trực của tam giác ABC.

Suy ra tam giác ACN và tam giác ABN vuông.

Suy ra BHCN là hình bình hành  $\Rightarrow IM // AO$  (1)

Tam giác ABC nhọn nên:

$$\widehat{ANF} = \frac{180^\circ - 2\widehat{A}}{2} = 90^\circ - \widehat{A} = 90^\circ - \widehat{EAF}$$

$$\Rightarrow \widehat{ANF} = 90^\circ - \widehat{EAF} \Rightarrow AO \perp EF \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra MI vuông góc với EF.