

**ÔN THI VÀO 10 MÔN TOÁN**  
**ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

**ĐẠI SỐ**

**Câu 3.** Cho biểu thức:  $A = \frac{x+7}{\sqrt{x}+8}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{8\sqrt{x}+24}{9-x}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 9$ .

- a) Tính giá trị của A khi  $x = 16$ .  
b) Rút gọn biểu thức B.  
c) Cho  $P = A.B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{P}$ .

HD:

- a) Tính giá trị của A khi  $x = 16$ .

Thay  $x = 16$  (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{16+7}{\sqrt{16}+8} = \frac{23}{4+8} = \frac{23}{12}.$$

Vậy khi  $x = 16$  thì  $A = \frac{23}{12}$ .

- b) Rút gọn biểu thức B.

Điều kiện: với  $x \geq 0$  và  $x \neq 9$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{8\sqrt{x}+24}{9-x} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{8\sqrt{x}+24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)+8(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+8)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

Vậy  $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}-3}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 9$ .

- c) Cho  $P = A.B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{P}$ .

$$P = \frac{x+7}{\sqrt{x+8}} \cdot \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x-3}} = \frac{x+7}{\sqrt{x-3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{P} = \sqrt{\frac{x+7}{\sqrt{x-3}}}$$

$$\sqrt{P} \text{ có nghĩa khi } \frac{x+7}{\sqrt{x-3}} \geq 0$$

$$\text{Mà } x \geq 0 \text{ và } x \neq 9 \Rightarrow x+7 > 0$$

$$\text{Nên } \frac{x+7}{\sqrt{x-3}} \geq 0 \text{ khi } \sqrt{x-3} > 0 \Leftrightarrow x > 9.$$

$$\text{Xét } P = \frac{x+7}{\sqrt{x-3}} = \sqrt{x} + 3 + \frac{16}{\sqrt{x-3}} = \sqrt{x} - 3 + \frac{16}{\sqrt{x-3}} + 6$$

$$\text{Với mọi } x > 9 \text{ ta có } \begin{cases} \sqrt{x} - 3 > 0 \\ \frac{16}{\sqrt{x-3}} > 0 \end{cases}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương  $\sqrt{x} - 3$  và  $\frac{16}{\sqrt{x-3}}$  ta được:

$$\begin{aligned} P &= (\sqrt{x} - 3) + \frac{16}{\sqrt{x-3}} + 6 \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} - 3) \cdot \frac{16}{\sqrt{x-3}}} + 6 \\ &= 2\sqrt{16} + 6 = 14 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{P} \geq \sqrt{14}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \sqrt{x} - 3 = \frac{16}{\sqrt{x-3}}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 3)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 3 = 4 \\ \sqrt{x} - 3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 7 \\ \sqrt{x} = -1 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 49$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{P}$  là:  $(\sqrt{P})_{\min} = \sqrt{14}$  khi  $x = 49$