TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....**Ngày học:** .....

ĐẠI SỐ

Câu 7. Tìm các số nguyên dương x và y: $2^y = x^3 + x^2 + x + 1$

HD:

$2^y = x^3 + x^2 + x + 1$

$2^y = (x+1)(x^2+1)$

Vì $x \ge 1 \Rightarrow x^3 + x^2 + x + 1 \ge 4 \Rightarrow 2^y \ge 4 \Rightarrow y \ge 2$

$$2^y = (x+1)(x^2+1) \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 2^n \\ x^2+1 = 2^m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2^n - 1 \\ x^2+1 = 2^m \end{cases} (m \ge n \ge 1)$$

$$x^2 + 1 = 2^m \Rightarrow (2^n - 1)^2 + 1 = 2^m \Rightarrow 2^{2n} - 2^{n+1} + 2 = 2^m$$

Vì $2^{2n} - 2^{n+1} \vdots 4 \Rightarrow 2^m \equiv 2 (\mathrm{mod}\, 4) \Rightarrow m = 1 \Rightarrow x = 1; y = 2$

Câu 8. Xét a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2ab + b^2} + \frac{1}{2bc + c^2} + \frac{1}{2ca + a^2} \ge 1.$$

HD:

Ta có $\frac{1}{2ab + b^2} \ge \frac{1}{1 + a^2b^2 + b^2}$ vì $1 + a^2b^2 \ge 2ab$

Tương tự $\frac{1}{2bc + c^2} \ge \frac{1}{1 + b^2c^2 + c^2}; \frac{1}{2ca + a^2} \ge \frac{1}{1 + a^2c^2 + a^2}$

Khi đó $VT_{(1)} \ge \frac{1}{1 + a^2b^2 + b^2} + \frac{1}{1 + b^2c^2 + c^2} + \frac{1}{1 + a^2c^2 + a^2}$

Vì $abc = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{1 + a^2b^2 + b^2} = \frac{c^2}{c^2 + a^2b^2c^2 + b^2c^2} = \frac{c^2}{c^2 + 1 + b^2c^2} \\ \frac{1}{1 + a^2c^2 + a^2} = \frac{b^2c^2}{b^2c^2 + c^2a^2b^2c^2 + b^2a^2c^2} = \frac{b^2c^2}{1 + c^2 + b^2c^2} \end{cases}$

Suy ra $VT_{(1)} \ge \frac{c^2}{c^2 + 1 + b^2c^2} + \frac{1}{1 + b^2c^2 + c^2} + \frac{b^2c^2}{1 + c^2 + b^2c^2} = \frac{c^2 + 1 + b^2c^2}{1 + c^2 + b^2c^2} = 1$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$

VINASTUDY.VN

VINASTUDY.VN