

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho các số $a, b, c > 0$ thỏa mãn $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 2024$

Tính giá trị biểu thức $P = (a+b+c) \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right)$

Câu 2. Giải các phương trình:

a) $2\sqrt{x+1} = 3x - 2$

b) $x + 4 = 4x^2 + 2\sqrt{x+3}$

Câu 3. Cho các số $a, b, c > 0$ thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$

a) Chứng minh rằng: $a^4 + 7 \geq 2(a+b)(a+c)$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{\frac{bc}{a^4+7}} + \sqrt{\frac{ca}{b^4+7}} + \sqrt{\frac{ab}{c^4+7}}$

Câu 4. Cho hai phương trình $x^2 - bx + c = 0$ (1) và $x^2 - b^2x + c^2 = 0$ (2) ($b, c \in \mathbb{Z}$) với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) và x_3, x_4 là hai nghiệm của phương trình (2) thỏa mãn:

$x_3 - x_1 = x_4 - x_2 = 1$. Tính giá trị của b, c

Câu 5.

a) Cho p, q là các số nguyên tố thỏa mãn $(p+q)^2 + 3p+q$ là số chính phương. Tìm p, q .

b) Cho số n gọi là số "tốt" nếu n thỏa mãn là hiệu của hai số chính phương. Hỏi có bao nhiêu số "tốt" không vượt quá 2024.

Câu 6.

1. Giải phương trình: $21(x^3 + x^2 + x) = 4\sqrt{7}(x^2 + 1)\sqrt{x^4 + 1}$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2(y-5) - y^2(x+2) = 11(x-y) - 7xy \\ x^2 - 2y + 8 = y\sqrt{2x+4} + (y-2)\sqrt{8-2y} \end{cases}$$

Thầy Trần Tuấn Việt

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
CHỨNG MINH SONG SONG- VUÔNG GÓC
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H.

1) Chứng minh: $BF \cdot BA = BD \cdot BC$;

2) Đường thẳng qua E song song với AB cắt FD tại I, tia BI cắt (O) tại K. Chứng minh: $\widehat{IDC} = \widehat{IEC}$ và HK vuông góc với KC.

Câu 2. Cho đường tròn (O; R) và dây cung BC cố định ($BC < 2R$). Điểm A di động trên (O; R) sao cho ΔABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ đường cao CD của ΔABC và đường kính AM. Hạ CE vuông góc với AM tại E, gọi H là trực tâm của ΔABC .

1) Chứng minh rằng $\widehat{ABH} = \widehat{DEA}$; $DE \cdot BC = DC \cdot BM$

2) Kéo dài DE cắt BM tại F, BH cắt AC tại K. Chứng minh rằng DF luôn đi qua một điểm cố định và $KF \parallel AM$.

Câu 3. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD với (O) sao cho $MC < MD$ và tia MD nằm giữa hai tia MA và MO. Gọi E là trung điểm của CD.

1) Kẻ AB cắt MD tại I, cắt MO tại H. Chứng minh $EA \cdot EB = EI \cdot EM$ và $\widehat{MHC} = \widehat{OCE}$.

2) Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với OA, cắt AE tại K. Chứng minh $IK \parallel AC$.

Câu 4. Cho ΔABC ($AC > BC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Vẽ các tiếp tuyến với (O) tại A và B, hai tiếp tuyến này cắt nhau tại M. Lấy H là hình chiếu của O trên MC.

1) Chứng minh HM là phân giác của \widehat{AHB} .

2) a) Qua C kẻ đường thẳng song song với AB cắt MA, MB lần lượt tại E và F, nối EH cắt AC tại P. Chứng minh $PA \cdot PC = PH \cdot PE$.

b) Gọi Q là giao điểm của FH và BC. Chứng minh $PQ \parallel EF$?

Thầy Trần Ngọc Hà