

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

ĐẠI SỐ

Câu 6. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m + 2)x - m - 8$ (với m là tham số). Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung, có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_2 = 0$.

HD:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = (m + 2)x - m - 8$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m + 2)x + m + 8 = 0$$

Vì phương trình có hai nghiệm nằm bên phải trục tung nên phương trình có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ m + 2 > 0 \\ m + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 28 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ m + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2\sqrt{7} \\ m > -2 \\ m > -8 \end{cases} \Rightarrow m > 2\sqrt{7}$$

Áp dụng Vi-et và kết hợp giả thiết ta có :

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^3 - x_2 = 0(1) \\ x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = m + 8 \end{cases} \Rightarrow (I) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt[4]{m + 8} \\ x_2 = (\sqrt[3]{m + 8})^3 \end{cases} \text{Thay vào (1) ta có :}$$

$\sqrt[4]{m + 8} + (\sqrt[4]{m + 8})^3 = m + 2$. Đặt $\sqrt[4]{m + 8} = a \left(a > \sqrt[4]{2\sqrt{7} + 8} \right)$. Phương trình trở thành :

$$a + a^3 = a^4 - 6 \Leftrightarrow a^4 - a^3 - a - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 2)(a^3 + a^2 + 2a + 3) = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$a = 2 \Rightarrow \sqrt[4]{m + 8} = 2 \Leftrightarrow m = 8(\text{tmdk})$$

Vậy $m = 8$

Câu 9. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

HD:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8(1) \\ 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0(2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow 2x^2 + 3(1-y)x + (y-1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x+1-y)(2x+1-y) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{y-1}{2} \\ x = y-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x+1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x^2 + (2x+1)^2 + x + 2x+1 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow y = -3 \\ x = \frac{3}{5} \Rightarrow y = \frac{11}{5} \end{cases} \\ y = x+1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x^2 + (x+1)^2 + x + x+1 = 8 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; y = 2 \\ x = -3; y = -2 \end{cases} \end{cases}$$

$$(x; y) \in \left\{ (-2; -3); \left(\frac{3}{5}; \frac{11}{5}\right); (1; 2); (-3; -2) \right\}$$

HÌNH HỌC

Câu 14. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), với góc BAC bằng 60° . Các đường thẳng BO, CO lần lượt cắt đường thẳng AC, AB tại M và N. Gọi F là điểm chính giữa của cung BC lớn.

b) Gọi P, Q lần lượt là các giao điểm thứ hai của hai tia FN, FM với đường tròn (O). Gọi J là giao điểm của đường thẳng BC với đường thẳng PQ. Chứng minh tia AJ là tia phân giác của góc BAC.

c) Gọi K là giao điểm của đường thẳng OJ với đường tròn CF. Chứng minh AB vuông góc với AK.

b) Chứng minh tia AJ là tia phân giác của góc BAC.

HD:

b) Xét tứ giác BPNO, có:

$$\text{Góc BPN} = \text{BPF} = 120^\circ$$

$$\text{Góc BON} = \text{COM (đối đỉnh)} = 60^\circ \Rightarrow \text{tứ giác BPNO nội tiếp.}$$

Xét đường tròn (O):

$$\text{Góc ANF} = \text{AOF} = 2 \times \text{ABF}$$

$$\text{Góc BNP} = \text{BFP} + \text{ABF}, \text{ Vì góc ANF} = \text{BNP (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \text{Góc BFP} = \text{ABF} \Rightarrow \text{cung BP} = \text{cung AF}$$

$$\text{Chứng minh tương tự góc ACF} = \text{CFQ} \Rightarrow \text{cung AF} = \text{cung CQ} = \text{cung BP}$$

\Rightarrow Tất cả các góc nội tiếp (O) chắn mỗi cung trên đều bằng nhau.

$$\Rightarrow \text{Góc BJP} = \text{BCP} + \text{CPQ} = 2 \times \text{PFB} = \text{PNB}$$

\Rightarrow Tứ giác BPNJ nội tiếp

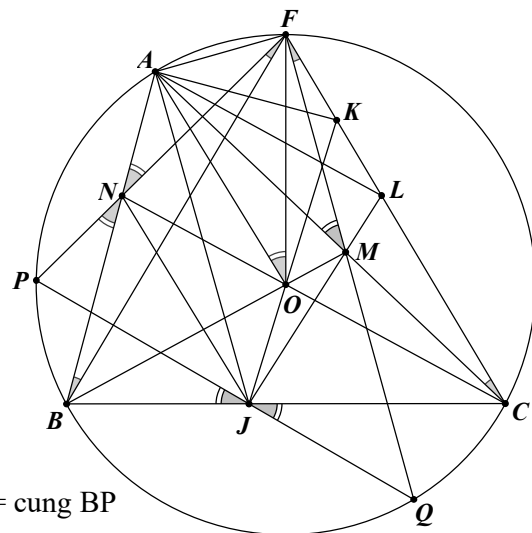
\Rightarrow 5 điểm B, P, N, O, J nằm trên đường tròn.

$$\Rightarrow \text{Góc BJN} = \text{BON} = 60^\circ = \text{NAC}$$

\Rightarrow Tứ giác ANJC nội tiếp.

$$\Rightarrow \text{Góc NAJ} = \text{NCJ} = \text{FCB}/2 = 30^\circ, \text{ suy ra đpcm}$$

c) Chứng minh AB vuông góc với AK.



Gọi L là giao điểm của JM và FC

Tứ giác ABJM nội tiếp \Rightarrow góc CJM = BAM = $60^\circ \Rightarrow \Delta JLC$ đều \Rightarrow góc KLM = 120° , góc FNM = FAM = $60^\circ \Rightarrow$ Tứ giác FNML nội tiếp.

Góc PAB = CFQ = LAM = $(1/2) \cdot \text{QJC}$

\Rightarrow Góc PAL = QJC + $60^\circ = \text{QJL}$

\Rightarrow Tứ giác JPAL nội tiếp

Xét 2 tứ giác JOMQ và OAFM, có:

Góc KJP = OMQ = OAF = OAM + 60°

Góc AJB = AJN + NJB = AJN + 60°

Mà góc AJN = ACN = OAM

\Rightarrow Góc KJP = AJB

\Rightarrow Góc KJA = PJB = CJQ = CMQ = FMA = FLA = KLA

\Rightarrow Tứ giác JAKL nội tiếp

\Rightarrow Góc JAK = $180^\circ - \text{KLM} = 60^\circ$, suy ra đpcm