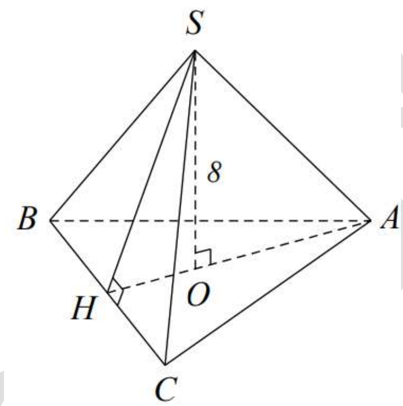
TÀI LIỆU TOÁN CƠ BẢN, NÂNG CAO LỚP 8
ÔN TẬP CUỐI KÌ II
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.. **Ngày học:** ....

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC như Hình 22. Có diện tích đáy là $5\sqrt{75}\,\text{cm}^2$ và chiều cao là $SO = 8\,\text{cm}$

a) Tính thể tích của hình chóp S.ABC

b) Tính cạnh đáy của hình chóp tam giác đều.



HD:

a) Thể tích hình chóp là: $V = \frac{1}{3}.S.h = \frac{1}{3}.5\sqrt{75}.8 = \frac{200\sqrt{3}}{3}$

b) Cạnh đáy của hình chóp tam giác đều là: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2.\sin 60^o = 5\sqrt{75} \Rightarrow AB = 10\text{cm}$

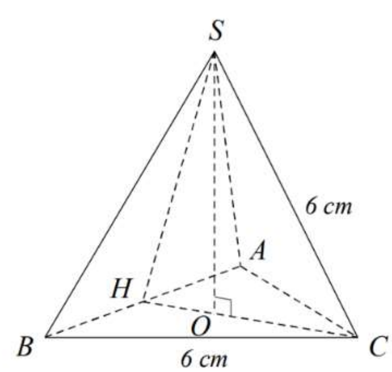
Câu 2. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng với cạnh đáy và đều bằng $6\,\text{cm}$ (Hinh 23)

a) Tính trung đoạn của hình chóp.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

c) Tính chiều cao SO của hình chóp

d) Tính thể tích của hình chóp



HD:

a) Xét tam giác SAH vuông tại H có:

$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}\text{cm}$

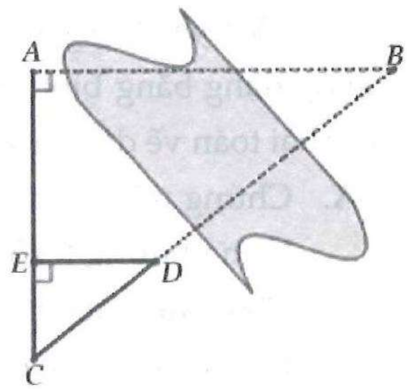
b) Diện tích xung quanh của hình chóp là: $\frac{1}{2}(6.3).3\sqrt{3} = 27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

c) Tam giác ABC đều có $CH = SH = 3\sqrt{3}\text{cm} \Rightarrow OC = \frac{2}{3}CH = 2\sqrt{3}\text{cm}$

Suy ra $SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=2\sqrt{6}cm$

d) Tính thể tích của hình chóp $V=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}.3\sqrt{3}.6\right).2\sqrt{6}=18\sqrt{2}cm^3$

Câu 3. Để đo khoảng cách giữa hai điểm A và B (không thể đo trực tiếp), người ta xác định các điểm C, D, E như hình vẽ. Sau đó đo được khoảng cách giữa A và C là $AC=9$ m, khoảng cách giữa C và E là $EC=3$ m; khoảng cách giữa E và D là $DE=4$ m. Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



HD:

Xét $\triangle CED$ vuông tại E và $\triangle CAB$ vuông tại A, có $\hat{C}$ chung nên $\triangle CED \backsim \triangle CAB(g.g)$

$\Rightarrow \frac{CE}{CA}=\frac{ED}{AB}$

$\Rightarrow AB=\frac{ED.CA}{CE}=\frac{4.9}{3}=12\ (m)$

Vậy khoảng cách giữa hai điểm A và B là $12m$.

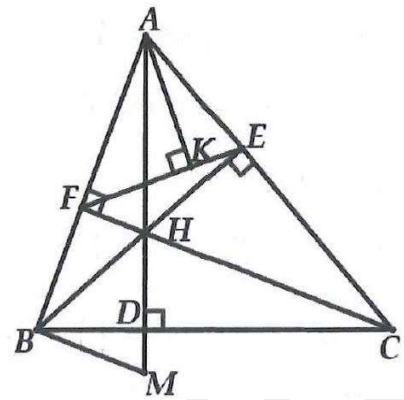
Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ các đường cao BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $AE.AC=AF.AB$ và $\triangle AEF \backsim \triangle ABC$.

b) Qua B kẻ đường thẳng song song với CF cắt tia AH tại M, AH cắt BC tại D. Chứng minh $BD^2=AD.DM$.

c) Cho $\widehat{ACB}=45^\circ$ và kẻ AK vuông góc với EF tại K. Tính tỉ số $\frac{S_{AFH}}{S_{AKE}}$.

HD:



a) $\triangle AEB \backsim \triangle AFC(g.g) \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$.

Từ đó chứng minh được $\triangle AEF \backsim \triangle ABC$ (c.g.c).

b) Chứng minh được $\triangle ADB \backsim \triangle BDM(g.g)$.

Từ đó chứng minh được $BD^2 = AD.DM$

c) $\widehat{FHA} = \widehat{KEA} = \left(\widehat{ABC}\right)$

$\Rightarrow \triangle AFH \backsim \triangle AKE(g.g)$

$\Rightarrow \frac{S_{AFH}}{S_{AKE}} = \left(\frac{AH}{AE}\right)^2$.

Mà $\widehat{ABC} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{EAH} = 45^\circ$

$\Rightarrow \triangle AEH$ vuông cân tại E $\Rightarrow AE = HE \Rightarrow AH^2 = AE^2 + HE^2 = 2AE^2$.

Vậy $\frac{S_{AFH}}{S_{AKE}} = 2$.

d) Ta có $\triangle AEB \backsim \triangle HEC(g.g)$, suy ra $AE = AB.\frac{HE}{HC}, BE = AB.\frac{CE}{HC}$

Chứng minh tương tự $AF = AC.\frac{HF}{HB}; CF = AC.\frac{BF}{BH}$;

$AE.AF = AB.AC.\frac{HE^2}{HC^2}; BE.CF = AB.AC.\frac{CE^2}{HC^2}$.

$\Rightarrow AE.AF + BE.CF = AB.AC.\left(\frac{HE^2 + CE^2}{HC^2}\right) = AB.AC$

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh là 12 cm. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $BE = 3$ cm. Đường thẳng DE cắt CB kéo dài tại K.

a) Tính DE.

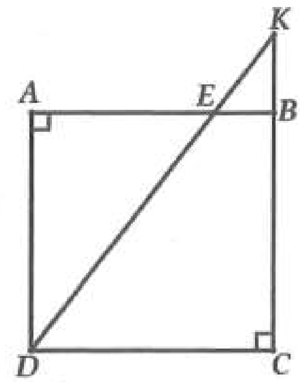
b) Chứng minh $\triangle EAD \backsim \triangle EBK$; từ đó tính DK.

c) Chứng minh $AD^2 = KC.AE$.

d) Tính diện tích tam giác CDK.

HD:

a) Vì $AB = 12$ cm, $BE = 3$ cm nên $AE = 9$ cm.



Từ đó dễ dàng tính được

$DE=\sqrt{AD^2+AE^2}=\sqrt{12^2+9^2}=15(cm)$

b) Dễ dàng chứng minh được

$\triangle EAD\backsim\triangle EBK(g.g)$ theo tỉ số

$\frac{AE}{EB}=\frac{9}{3}=3$. Suy ra

$\frac{DE}{EK}=3\Rightarrow EK=5(cm)\Rightarrow DK=20(cm)$

c) Chứng minh $\triangle ADE\backsim\triangle CKD(g.g)\Rightarrow\frac{AD}{CK}=\frac{AE}{CD}\Rightarrow\frac{AD}{CK}=\frac{AE}{AD}$

Từ đó suy ra $AD^2=CK.AE$.

d) Ta có $S_{AED}=\frac{1}{2}.AE.AD=54(cm^2)$.

Mà $\triangle ADE\backsim\triangle CKD$ theo tỉ số $\frac{AE}{CD}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

Do vậy $\frac{S_{ADE}}{S_{CKD}}=\left(\frac{3}{4}\right)^2\Rightarrow\frac{54}{S_{CKD}}=\frac{9}{16}\Rightarrow S_{CKD}=96(cm^2)$.

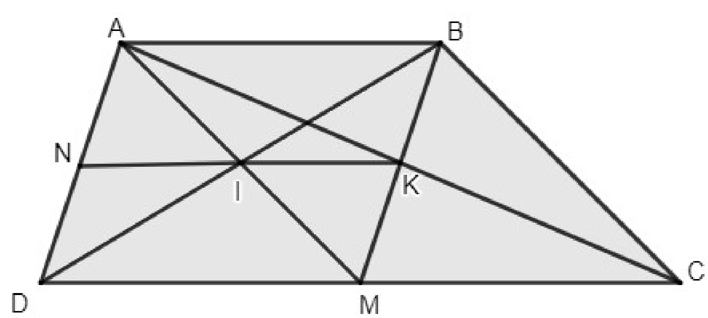
Câu 6. Cho hình thang ABCD có AB // CD. Gọi M là trung điểm của CD. AM cắt BD tại I, BM cắt AC tại K.

a) Chứng minh $\frac{IM}{IA}=\frac{KM}{KB}$

b) Chứng minh IK // AB // CD

c) IK cắt AD tại N. Chứng minh I là trung điểm của KN.

HD:



a) Xét tam giác DMI có AB // DM:

$\frac{AB}{DM}=\frac{IA}{IM}$ (hệ quả định lí Ta-lét)

Xét tam giác CMK có AB // CM:

$\frac{AB}{CM}=\frac{KB}{KM}$ (hệ quả định lí Ta-lét)

Mà DM = CM (do M là trung điểm của DC)

$\Rightarrow \frac{AB}{DM}=\frac{AB}{CM}$

Ta có: $\frac{IA}{IM}=\frac{KB}{KM}\left(=\frac{AB}{DM}\right)$

b) Xét tam giác ABM có: $\frac{IM}{IA}=\frac{KM}{KB}$ (cmt)

$\Rightarrow IK//AB$ (định lí Ta-lét đảo).

Mà AB // CD (gt) nên IK // AB // CD (đpcm).

c) Xét tam giác AMC có IK // CD:

$\Rightarrow \frac{IK}{MC}=\frac{AI}{AM}$ (định lí Ta-lét)

Xét tam giác AMD có IN // CD:

$\Rightarrow \frac{IN}{DM}=\frac{AI}{AM}$ (định lí Ta-lét)

$\Rightarrow \frac{IK}{MC}=\frac{IN}{DM}\left(=\frac{AI}{AM}\right)$

Mà DM = MC (do M là trung điểm của CD)

$\Rightarrow IN = IK$ hay I là trung điểm của KN.

Câu 7. Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Qua D thuộc BC vẽ đường thẳng song song với AM lần lượt cắt AB tại E và cắt AC tại F.

a) Chứng minh $\Delta BDE \sim \Delta BMA$

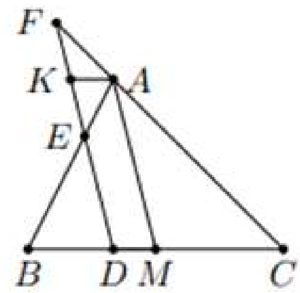
b) Chứng minh $\frac{DF}{AM}=\frac{CD}{CM}$

c) Chứng minh $\frac{DE}{AM}+\frac{DF}{AM}=2$

HD:

a) Xét tam giác BMA có DE // MA:

$\Rightarrow \frac{BE}{BA} = \frac{BD}{BM}$ (định lí Ta-lét)



Xét ΔBDE và ΔBMA có:

$\frac{BE}{BA} = \frac{BD}{BM}$

$\hat{B}$ chung

$\Rightarrow \Delta BDE \sim \Delta BMA$ (c.g.c)

b) Xét tam giác CDF có: DF // AM

$\Rightarrow \frac{DF}{AM} = \frac{CD}{CM}$ (hệ quả định lí Ta-lét)

c) Ta có: $\frac{DE}{AM} = \frac{BD}{BM}$ (hệ quả định lí Ta-lét, DE // AM)

$\frac{DF}{AM} = \frac{CD}{CM}$ (hệ quả định lí Ta-lét AM // DF)

$\Rightarrow \frac{DE}{AM} + \frac{DF}{AM} = \frac{BD}{BM} + \frac{CD}{CM} = \frac{BC}{BM} = 2$

Vậy $\frac{DE}{AM} + \frac{DF}{AM} = 2$.

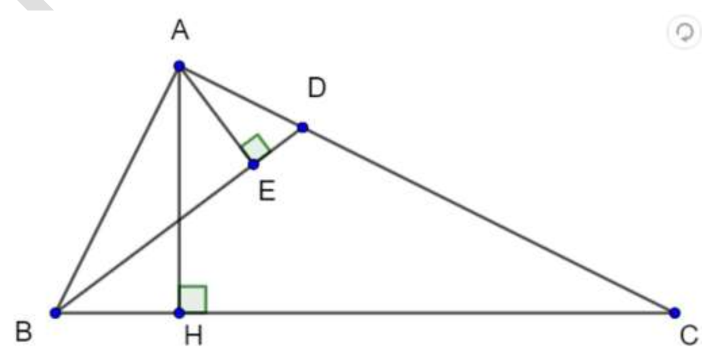
Câu 8. Cho tam giác ABC có AB = 2 cm, AC = 4 cm. Qua B dựng đường thẳng cắt AC tại D sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$.

a) Chứng minh $\Delta ABD \sim \Delta ACB$

b) Tính AD và DC.

c) Gọi AH là đường cao của tam giác ABC, AE là đường cao của tam giác ABD. Chứng minh rằng diện tích của tam giác ABH gấp 4 lần diện tích của tam giác ADE.

HD:



a) Xét ΔABD và ΔACB có:

$\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$

$\widehat{BAC}$ chung

$\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta ACB$ (g.g)

b) Ta có: $\Delta ABD \sim \Delta ACB \Rightarrow \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{AC}$ (tỉ số đồng dạng)

$\Rightarrow \dfrac{AD}{2} = \dfrac{2}{4} \Rightarrow AD = 1cm$.

Lại có DC = AC – AD = 4 – 1 = 3cm.

c) $\Delta ABD \sim \Delta ACB \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ABC}$ hay $\widehat{ADE} = \widehat{ABH}$.

AH là đường cao của tam giác ABC $\Rightarrow AH \perp BC$

AE là đường cao của tam giác ABD $\Rightarrow AE \perp BD$

Xét ΔABH và ΔADE có:

$\widehat{AHB} = \widehat{AED} = 90^o (AH \perp BC; AE \perp BD)$

$\widehat{ABH} = \widehat{ADE}$

$\Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta ADE$ (g.g)

$\Rightarrow$ Tỷ số đồng dạng là $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{2}{1} = 2 \Rightarrow \dfrac{S_{ABH}}{S_{ADE}} = 2^2 = 4 \Rightarrow S_{ABH} = 4S_{ADE}$

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB < AC, đường cao AH. Trên đoạn HC lấy D sao cho HD = HA. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E. Gọi M là trung điểm của BE.

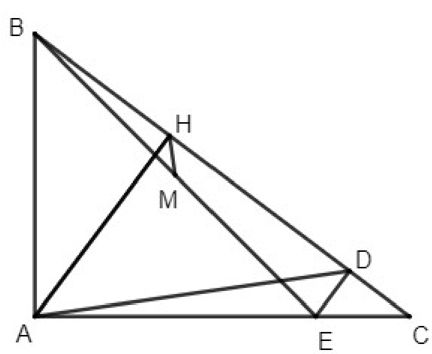
a) Chứng minh $\Delta DEC \sim \Delta ABC$

b) Chứng minh $\Delta ADC \sim \Delta BEC$

c) Chứng minh AB.AC = BC.AH

d) Chứng minh $\widehat{AHM} = 45^o$

HD:



a) Ta có: $DE \perp BC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{EDC} = 90^o$

Xét ΔDEC và ΔABC có:

$\widehat{EDC} = \widehat{BAC} = 90^o$

$\hat{C}$ chung

$\Rightarrow \Delta DEC \sim \Delta ABC$ (g.g)

b) Do $\Delta DEC \sim \Delta ABC \Rightarrow \dfrac{DC}{AC} = \dfrac{EC}{BC}$ (tỉ số tương ứng) $\Rightarrow \dfrac{DC}{EC} = \dfrac{AC}{BC}$

Xét ΔADC và ΔBEC có:

$\dfrac{DC}{EC} = \dfrac{AC}{BC}$

$\hat{C}$ chung

$\Rightarrow \Delta ADC \sim \Delta BEC$ (c.g.c)

c) Xét tam giác ABC có AH là đường cao $\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.AH.BC$

Lại có tam giác ABC vuông tại A $\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC$

$\Rightarrow AB.AC = AH.BC (= 2S_{ABC})$

d)

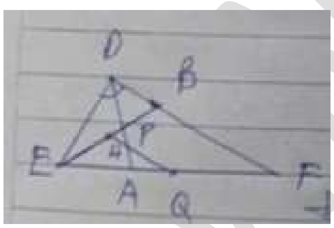
Câu 10. Cho tam giác DEF có DE = 6cm, DF = 12cm. Trên cạnh DF lấy điểm B sao cho BD = 3cm.

a) Chứng minh $\Delta EBD \sim \Delta FDE$

b) Kẻ phân giác trong DA của tam giác DEF. Chứng minh AE.DF = AF.DE

c) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BE và FE. Gọi H là giao điểm của PQ và DA. Chứng minh $\dfrac{HP.DF}{HQ.DE} = 1$

HD:



a) Ta có: $\dfrac{BD}{DE} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}; \dfrac{DE}{DF} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$

Xét ΔBDE và ΔEDF có:

$\dfrac{BD}{DE} = \dfrac{DE}{DF}$

$\widehat{EDB}$ chung

$\Rightarrow \Delta EBD \sim \Delta FED$

b) Theo tính chất đường phân giác, xét phân giác trong DA của tam giác DEF ta có:

$\dfrac{EA}{AF} = \dfrac{DE}{DF} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow EA.ED = AF.BD$

c) Ta có P, Q là trung điểm của EB và EF.

$\Rightarrow$ PQ là đường trung bình của ΔEBF

$\Rightarrow PQ//BF$ và $PQ=\dfrac{BF}{2}=\dfrac{12-3}{2}=\dfrac{9}{2}cm$

Vì PQ // DF nên $\dfrac{HQ}{DF}=\dfrac{AQ}{AF}$ mà $\dfrac{AE}{AF}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{AF}{EF}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow\dfrac{AF}{QF}=\dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow\dfrac{AF}{AF-QF}=\dfrac{4}{4-3}=4\Rightarrow\dfrac{AF}{AQ}=4$

$\Rightarrow\dfrac{HQ}{DF}=\dfrac{AQ}{AF}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow HQ=3cm\Rightarrow HP=PQ-HQ=1,5cm$

$\Rightarrow\dfrac{HP.DF}{HQ.DE}=\dfrac{1,5.12}{3.6}=\dfrac{18}{18}=1$

BTVN

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao (H thuộc cạnh BC).

a) Trên tia đối của tia AC lấy điểm D, vẽ AE vuông góc với BD tại E. Chứng minh $\Delta AEB\backsim\Delta DAB$.

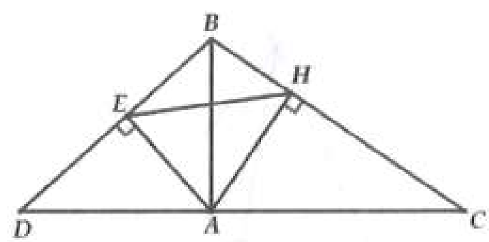
b) Chứng minh $BE.BD=BH.BC$.

c) Chứng minh $\widehat{BHE}=\widehat{BDC}$.

HD:

a) Ta có $\widehat{DBA}=\widehat{ABE},\widehat{AEB}=\widehat{DAB}=90^\circ$ nên $\triangle AEB\backsim\triangle DAB$.

b) Vì $\triangle AEB\backsim\triangle DAB\Rightarrow\dfrac{BE}{AB}=\dfrac{BA}{BD}\Rightarrow BE.BD=BA^2$ (1)



Xét tam giác BAH và tam giác BCA có:

$\widehat{ABH}=\widehat{CBA},\widehat{BHA}=\widehat{BAC}=90^\circ$

Do đó $\triangle BAH\backsim\triangle BCA\Rightarrow\dfrac{BH}{BA}=\dfrac{BA}{BC}$

$\Rightarrow BH.BC=BA^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BE.BD=BH.BC$

c) Vì $BE.BD=BH.BC\Rightarrow\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{BH}{BD}$, lại có $\hat{B}$ chung nên $\triangle BEH\backsim\triangle BCD\Rightarrow\widehat{BHE}=\widehat{BDC}$.