

ÔN THI VÀO 10 MÔN TOÁN
TỔNG ÔN
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Câu 9. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (a+1)^2 + \left(\frac{a^2}{a+1} + 2\right)^2$. $\forall a \neq -1$

HD:

$$\frac{a^2}{a+1} + 2 = \frac{a^2 + 2a + 2}{a+1} = \frac{(a+1)^2 + 1}{a+1} = a+1 + \frac{1}{a+1}$$

Đặt $x = a+1$ ($x \neq 0$)

$$\text{Suy ra } A = x^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 2x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có :

$$2x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{2x^2 \cdot \frac{1}{x^2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } 2x^2 = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^4 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$$

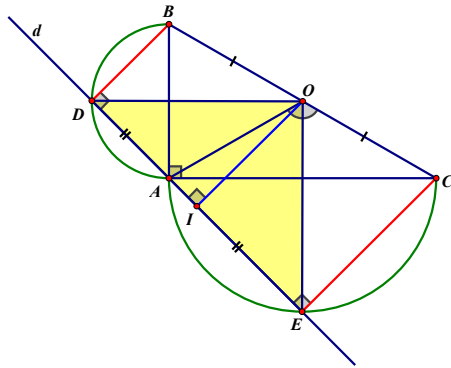
$$\text{Do đó: } A \geq 2 + 2\sqrt{2} . \text{ Với } x = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{2}} - 1$$

Vậy GTNN của A là $2 + 2\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $a = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} - 1$ hoặc $a = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} + 1$

Câu 6. Cho ΔABC vuông tại A, có $AB = a$, $BC = 2a$. Về phía ngoài ΔABC vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB và AC. Đường thẳng d đi qua A cắt nửa đường tròn đường kính AB tại D và cắt nửa đường tròn đường kính AC tại E ($D, E \neq A$).

- Chứng minh rằng BD song song với CE.
- Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC. Tính số đo góc AOC.
- Xác định vị trí của đường thẳng d để tứ giác BCED nội tiếp được.
- Cho biết BC cố định. Khi đường thẳng d thay đổi thì trung điểm I của đoạn thẳng DE chạy trên đường nào?

Lời giải



a) Ta có $\widehat{ADB} = \widehat{AEC} = 90^\circ$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \begin{cases} BD \perp DE \\ CE \perp DE \end{cases} \Rightarrow BD \parallel CE.$$

b) Ta có $OA = OB = OC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}.2a = a$ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền)

mà $AB = a \Rightarrow \Delta OAB$ là tam giác đều

$$\Rightarrow \widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOC} = 120^\circ \text{ (kề bù)}$$

c) Ta có $\widehat{BDE} = 90^\circ$

Để tứ giác $BCED$ nội tiếp được thì $\widehat{BCE} = 90^\circ$ (hai góc đối có tổng bằng 180°)

$$\Rightarrow CE \perp BC$$

$$\text{Mà } CE \perp DE$$

$$\Rightarrow DE \parallel BC$$

Hay để tứ giác $BCED$ nội tiếp được thì $d \parallel BC$.

d) Ta có $BCED$ là hình thang (vì $BD \parallel CE$)

mà O là trung điểm BC , I là trung điểm $DE \Rightarrow OI$ là đường trung bình của hình thang $BCED$.

$$\Rightarrow BD \parallel OI \parallel CE$$

$$\Rightarrow OI \perp DE$$

$$\Rightarrow \Delta OAI \text{ vuông tại } I.$$

Do BC cố định nên O cố định. Ta có điểm A cố định nên OA cố định.

\Rightarrow khi d di chuyển thì I luôn nằm trên đường tròn đường kính OA .