TÀI LIỆU TOÁN LỚP 12
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:..Ngày học:..

Câu 47: Xét hai số phức z,w thoả mãn $|z+2w|=2$ và $|2z-3w-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2i|+|w+i|$ là

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $a=z-2i;\ b=w+i$ suy ra $z=a+2i;\ w=b-i$.

Khi đó $|z+2w|=2 \Leftrightarrow |a+2i+2(b-i)|=2 \Leftrightarrow |a+2b|=2 \Leftrightarrow |a+2b|^2=4$

$\Leftrightarrow (a+2b).\overline{(a+2b)}=4 \Leftrightarrow (a+2b).(\overline{a}+2\overline{b})=4$

$\Leftrightarrow |a|^2+4|b|^2+2a\overline{b}+2\overline{a}b=4 \Leftrightarrow 3|a|^2+12|b|^2+6a\overline{b}+6\overline{a}b=12 \quad (1)$.

Tương tự: $|2z-3w-7i|=4 \Leftrightarrow |2(a+2i)-3(b-i)-7i|=4 \Leftrightarrow |2a-3b|=4$

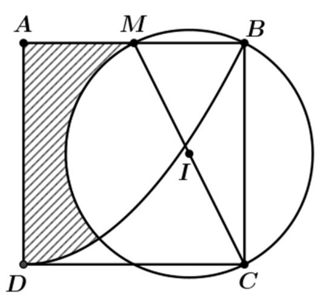
$\Leftrightarrow |2a-3b|^2=16 \Leftrightarrow 4|a|^2+9|b|^2-6a\overline{b}-6\overline{a}b=16 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $|a|^2+3|b|^2=4$.

Do đó: $P=|a|+|b|=1.|a|+\sqrt{3}.|b|.\frac{1}{\sqrt{3}} \le \sqrt{\left(|a|^2+3|b|^2\right)\left(1^2+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}=\sqrt{4.\frac{4}{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ khi $|a|=\sqrt{3};\ |b|=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

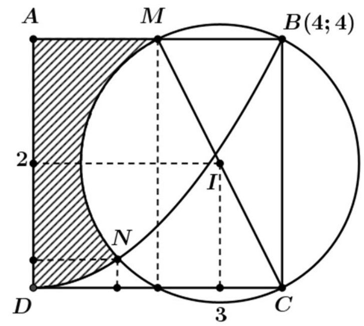
Câu 48: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Gọi hai điểm M và I lần lượt là trung điểm của AB và MC. Một parabol có đỉnh là D và đi qua điểm B, đường tròn tâm I đường kính MC như hình vẽ. Thể tích V của vật thể được tạo thành khi quay miền (R) (phần được gạch chéo) quanh trục AD gần **giá trị nào nhất** sau đây?



A. $14,5$. **B.** $12,6$. **C.** $9,7$. **D.** $11,8$.

Lời giải

Chọn A



Parabol $y=ax^2$ đi qua $B(4;4)$ nên $4=4a^2 \Rightarrow a=\frac{1}{4}$ suy ra $y=\frac{1}{4}a^2 \Rightarrow x=2\sqrt{y}$.

Đường tròn có tâm $I(3;2)$ và bán kính $R=IC=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ nên $(x-3)^2+(y-2)^2=5$

Suy ra $(x-3)^2=5-(y-2)^2 \Leftrightarrow 3-x=\sqrt{5-(y-2)^2} \Leftrightarrow x=3-\sqrt{5-(y-2)^2}$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường tròn là: $(x-3)^2+\left(\frac{1}{4}x^2-2\right)^2=5$

(P) và đường tròn có hai giao điểm là $B(4;4)$ và $N(x_N;y_N) \Rightarrow x_N \approx 1{,}37 \Rightarrow y_N=0{,}469225$

.

Thể tích vật thể cần tính là: $V=\pi.\int_0^{0,469225}\left(2\sqrt{y}\right)^2 dy+\pi.\int_{0,469225}^{4}\left(3-\sqrt{5-(y-2)^2}\right)^2 dy \approx 14{,}46$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+mx-2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $\left|f\left(x^2-2x\right)\right|$ có ít nhất 9 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u(x)=x^2-2x$

Áp dụng công thức: SĐCT $\{|f(u)|\}=$ SĐCT $\{u\}+$ SNBL $\{u=\alpha\}$

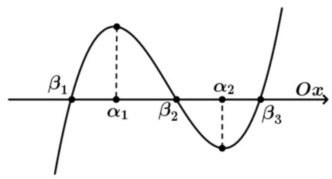
(với $\alpha=$ SĐCT $f(x)+$ SNBL $f(x)=0$)

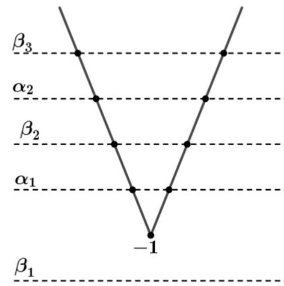
Ta thấy $u(x)$ có một điểm cực trị nên để thoả mãn yêu cầu bài toán thì SNBL $\{u=\alpha\}$ phải có ít nhất 8 nghiệm bội lẻ, trong đó $SNBL:\begin{cases} u=SDCT\ f(x)\le 2 \\ u=SNBL\ f(x)\le 3 \end{cases} \Rightarrow SNBL\{u=\alpha\}\ge 8$.

Để $SNBL\{u=\alpha\}\ge 8$ thì ta suy ra $\begin{cases} SDCT\ f(x)=2 \\ SNBL\ f(x)=3 \end{cases}$

Gọi α_1 và α_2 là các điểm cực trị của hàm số $f(x)$; β_1; β_2 và β_3 là các nghiệm của $f(x)=0$

.





Điều kiện để thoả mãn bài toán là $\alpha_2 > \alpha_1 > -1$ hay $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -1 và phương trình $f(x) = 0$ phải có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f'(x) = 3x^2 - 6x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn $-1 \Leftrightarrow -9 < m < 3$ (1)

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{3x^2 - x^3}{x-2} = h(x)$

Ta có $h'(x) = \dfrac{-2x^3 + 9x^2 - 12x}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

Để hàm số có ba nghiệm phân biệt thì $m < 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -9 < m < 0$ nên có 8 giá trị của m thoả mãn.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$, Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là (C) có thể tích lớn nhất. Biết phương trình của (α) có dạng $ax + by - z + c = 0, (a,b,c \in \mathbb{R})$. Giá trị của $a - b + c$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Điểm $A(0;0;-4) \in (\alpha) \Rightarrow 4 + c = 0 \Rightarrow c = -4$.

Điểm $B(2;0;0) \in (\alpha) \Rightarrow 2a + c = 0 \Rightarrow a = -\dfrac{c}{2} = 2$.

Mặt phẳng (α) có dạng $2x + by - z - 4 = 0$.

Gọi d là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (α) và r là bán kính của đường tròn (C).

Khi đó khối nón có đỉnh I và đáy là đường tròn (C) có thể tích là:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 d=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-d^2\right)d=\frac{1}{3}\pi\left(27-d^2\right)d$$

Đặt $f\left(d\right)=\left(27-d^2\right)d=-d^3+27d,\ \left(0<d<3\sqrt{3}\right)$.

Suy ra $f'\left(d\right)=-3d^2+27$ và $f'\left(d\right)=0\Leftrightarrow -3d^2+27=0\Leftrightarrow d=3$ (vì $0<d<3\sqrt{3}$).

Bảng biến thiên:

d	0		3		$3\sqrt{3}$
$f'(d)$		$+$	0	$-$	
$f(d)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f\left(d\right)$ đạt giá trị lớn nhất khi $d=3$ hay thể tích khối nón đạt giá trị lớn nhất khi $d=3\Leftrightarrow d^2=9$.

Mà $d=d\left(I,\left(\alpha\right)\right)=\frac{\left|-5-2b\right|}{\sqrt{5+b^2}}$ nên $\frac{\left(-5-2b\right)^2}{5+b^2}=9\Leftrightarrow 5b^2-20b+20=0\Leftrightarrow b=2$.

Vậy $a-b+c=-4$.