

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Câu 1. Tìm số tự nhiên a sao cho $6a + 4$ và $a + 2$ đều là lũy thừa của 2.

HD:

Đặt :

$$6a+4=2^m$$

$$a+2=2^n$$

với m, n là số tự nhiên, $m > n$

$$\Rightarrow 6 \cdot 2^n - 2^m = 8 \Rightarrow 2^{n+1} (3 - 2^{m-n-1}) = 8; \Rightarrow 2^n (3 - 2^{m-n-1}) = 4$$

$\Rightarrow 2^n$ là ước của 4.

$$\Rightarrow n = 0, 1, 2$$

Nếu $n = 0$ thì: $3 - 2^{m-1} = 4 \Rightarrow 2^{m-1} = -1$ (Loại)

Nếu $n = 1$ thì: $a + 2 = 2^1 = 2 \Rightarrow a = 0$ (Loại do a nguyên dương)

Nếu $n = 2$ thì $a + 2 = 2^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ (tm)

Câu 2.

a) Cho $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2023}$. Tìm số tự nhiên n sao cho $4A + 5 = 5^n$.

b) Tìm các số có dạng $\overline{21a5b}$ chia hết cho cả 4 và 7.

HD:

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2023} \\ \Rightarrow 5A &= 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2024}; \\ \Rightarrow 5A - A &= 4A = 5^{2024} - 5 \\ \Rightarrow 4A + 5 &= 5^{2024} \\ \Rightarrow 5^n &= 5^{2024} \\ \Rightarrow n &= 2024 \end{aligned}$$

Vậy $n = 2024$.

b) Ta có: $\overline{21a5b} = \overline{21a00} + \overline{5b} = 100 \cdot \overline{21a} + \overline{5b}$. Vì $100 \cdot \overline{21a} : 4 \Rightarrow \overline{5b} : 4 \Rightarrow b \in \{2; 6\}$

$$*)b = 2 \Rightarrow \overline{21a52} = [(21049 + 98a) + (2a + 3)]:7 \Rightarrow (2a + 3):7 \Rightarrow a \in \{2; 9\}$$

$$*)b = 6 \Rightarrow \overline{21a56} = [21056 + 98a + 2a]:7 \Rightarrow 2a:7 \Rightarrow a = 7$$

Vậy các số cần tìm là : 21252; 21952; 21756

Câu 3.

Trong một đề thi HSNK có 24 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu trả lời đúng được 15 điểm, còn sai thì bị trừ 10 điểm. Một học sinh được tất cả 160 điểm. Tính xác suất số câu trả lời đúng của bạn học sinh đó?

HD:

Giả sử bạn học sinh đó trả lời đúng cả 24 câu.

Như vậy tổng số điểm bạn đó đạt được là: $24 \cdot 15 = 360$ (điểm)

Nhưng thực tế chỉ được 160 điểm nghĩa là còn thiếu: $360 - 160 = 200$ (điểm)

hụt đi 200 điểm vì trong số 24 câu có một số câu bạn ấy trả lời sai, giữa 1 câu trả lời sai và 1 câu trả lời đúng chênh lệch là: $15 + 10 = 25$ (điểm)

Do đó số câu trả lời sai là: $200 : 25 = 8$ (câu)

Số câu trả lời đúng là: $24 - 8 = 16$ (câu)

Xác suất thực nghiệm số câu trả lời đúng của bạn học sinh đó là: $16 : 24 = \frac{2}{3}$