TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 13. Chứng minh rằng: từ 8 số nguyên dương tùy ý không lớn hơn 20 , luôn chọn được ba số x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác.

HD:

Giả sử 8 số nguyên dương tùy ý đã cho là $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_8$ với $1 \le a_1 \le a_2 \le \ldots \le a_8 \le 20$.

Nhận thấy rằng với ba số dương a, b, c thỏa mãn $a \ge b \ge c$ và $b + c > a$ thì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Từ đó, ta thấy nếu trong các số $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_8$ không chọn được 3 số là độ dài ba cạnh của một tam giác thì:

$$a_6 \ge a_7 + a_8 \ge 1 + 1 = 2$$
$$a_5 \ge a_6 + a_7 \ge 2 + 1 = 3$$
$$a_4 \ge a_5 + a_6 \ge 3 + 2 = 5$$
$$a_3 \ge a_4 + a_5 \ge 5 + 3 = 8$$
$$a_2 \ge a_3 + a_4 \ge 8 + 5 = 13$$
$$a_1 \ge a_2 + a_3 \ge 13 + 8 = 21$$

Trái với giả thiết và điều giả sử ở trên

Do đó, trong 8 số nguyên trên đã cho luôn chọn được ba số x, y, zlà độ dài ba cạnh của một tam giác.

Câu 2. Cho tam giác ABC nhọn, đường cao $BE, CF\left(E \in AC, F \in AB\right)$. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MF lấy điểm D sao cho $MF = MD$.

a) Chứng minh $CD = BF$ và $CD // BF$.

b) Lấy điểm P bất kì nằm giữa B và F, trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D, Q, C thẳng hàng.

c) Trên tia đối của tia EF lấy điểm K, trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.

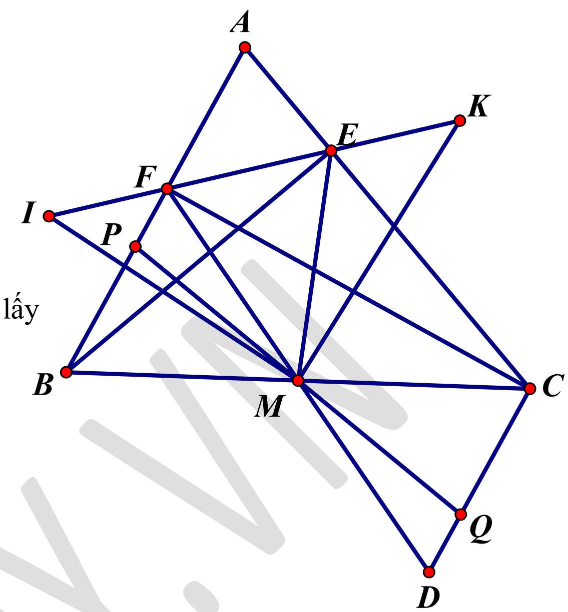
Lời giải

a) Chứng minh $CD = BF$ và $CD // BF$.

Xét ΔBMF và ΔCMD

Có: $BM = CM$ (Vì M là trung điểm của BC)

$\widehat{BMF} = \widehat{CMD}$ (Hai góc đối đỉnh)



$MF = MD\left(gt\right)$

$\Rightarrow \Delta BMF = \Delta CMD\left(c-g-c\right)$

$\Rightarrow CD = BF$

Và $\widehat{MBF} = \widehat{MCD}$ mà chúng ở vị trí so le trong

$\Rightarrow CD // BF$

b) Lấy điểm P bất kì nằm giữa B và F trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D, Q, C thẳng hàng.

Xét ΔBMP và ΔCMQ

Có: $MB = MC$ (Vì M là trung điểm của BC)

$\widehat{BMP} = \widehat{CMQ}$ (hai góc đối đỉnh)

$MP = MQ\left(gt\right)$

$\Rightarrow \Delta BMP = \Delta CMQ\left(c-g-c\right)$

$\Rightarrow \widehat{MBP} = \widehat{MCQ}$ mà chúng ở vị trí so le trong $\Rightarrow BP // CQ$

Mà $CD // BF$ theo tiên đề ơclit $\Rightarrow C, Q, D$ thẳng hàng

c) Trên tia đối của tia EF lấy điểm K, trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.

Xét ΔBFC và ΔDCF

Có: $BF = CD$ (theo a))

$\widehat{BFC} = \widehat{DCF} = 90^\circ$ (Vì $BF // CD$ và $BF \perp CF$)

CF cạnh chung

$\Rightarrow \Delta BFC = \Delta DCF\left(c-g-c\right) \Rightarrow BC = DF$

Mà $DF = 2FM$ (Vì M là trung điểm FD) $\Rightarrow FM = \dfrac{1}{2}BC$ (1)

Chứng minh tương tự: $ME = \dfrac{1}{2}BC$ (2). Từ (1) và (2) $\Rightarrow MF = ME \Rightarrow \Delta MFE$ cân tại M

$\Rightarrow \widehat{MFE} = \widehat{MEF} \Rightarrow \widehat{MFI} = \widehat{MEK}$ (kề bù)

Xét ΔMFI và ΔMEK

Có: $MF = ME$ (chứng minh trên)

$\widehat{MFI} = \widehat{MEK}$ (chứng minh trên)

$FI = EK\left(gt\right)$

$\Rightarrow \Delta MFI = \Delta MEK\left(c-g-c\right) \Rightarrow MI = MK \Rightarrow \Delta MIK$ cân tại M