

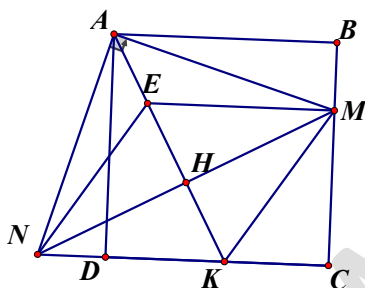
TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO – NỀN TẢNG CHUYÊN LỚP 8
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Câu 6. Cho hình vuông ABCD. Gọi M là một điểm tùy ý trên cạnh BC (M khác B và C). Kẻ tia Ax vuông góc với tia a AM và cắt CD tại N. Gọi H là trung điểm của MN, tia AH cắt CD tại K. Qua điểm M kẻ đường thẳng song song với AB, cắt AK ở E

- Chứng minh $AM = AN$ và tứ giác EMKN là hình thoi
- Chứng minh $NA^2 = NC.NK$
- Khi điểm M thay đổi trên cạnh BC, chứng minh chu vi tam giác MKC không đổi

HD:



- Chứng minh $AM = AN$ và tứ giác EMKN là hình thoi

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ADN$ có :

$$AB = AD, \angle ABM = \angle ADN = 90^\circ, \angle BAM = \angle DAN \text{ (cùng phụ với } \angle DAM)$$

Nên $\triangle ABM = \triangle ADN$ (ch - gn) $\Rightarrow AM = AN$ (cạnh tương ứng) (1)

Mà $ME \parallel AB \Rightarrow ME \parallel DC \Rightarrow ME \parallel NK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra EMKN là hình bình hành (3)

Lại có $AM = AN$ nên $\triangle AMN$ cân tại A, mà H là trung điểm của MN nên AH là đường trung tuyến đồng thời là đường cao. Suy ra $AH \perp MN$ hay $EK \perp MN$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra EMKN là hình thoi

- Chứng minh $NA^2 = NC.NK$

$$\text{Ta có } \triangle HNK \sim \triangle CNM \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{NK}{MN} = \frac{NH}{NC} \Rightarrow NK.NC = MN.NH (*)$$

$$\Delta ANH \sim \Delta MNA(g.g) \Rightarrow \frac{AN}{MN} = \frac{NH}{NA} \Rightarrow NA^2 = MN.NH(**)$$

Từ (*),(**) suy ra $NA^2 = NC.NK$

c) Khi điểm M thay đổi trên cạnh BC , chứng minh chu vi tam giác MKC không đổi

Ta có : Chu vi tam giác MKC bằng $MK + MC + KC$

Vì $\Delta ABM = \Delta ADN$ (câu 1) nên $MB = ND$

Mặt khác $EMKN$ là hình thoi nên $MK = NK$. Khi đó :

$$\begin{aligned}MK + MC + KC &= NK + MC + KC = (ND + DK) + KC + MC \\ &= MB + DK + KC + MC = (MB + MC) + (DK + KC) = BC + DC = 2BC(\text{const})\end{aligned}$$

Vì B, C cố định nên BC cố định.

Do đó , khi M di chuyển trên BC thì chu vi tam giác MKC không đổi

Câu 9. Cho x, y, z khác 0 thỏa mãn $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ và $xyz = 2$.

Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x^6 + y^6 + z^6}{x^3 + y^3 + z^3}$

$$\text{Vì } x + y + z = 0 \Rightarrow (x + y + z)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 0$$

$$\text{Vì } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \Rightarrow xy + yz + zx = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 0. \text{ Ta có :}$$

$$\begin{aligned}x^6 + y^6 + z^6 &= (x^6 + y^6) + z^6 = (x^2 + y^2)^3 - 3x^2y^2(x^2 + y^2) + z^6 \\ &= (x^2 + y^2 + z^2)^3 - 3(x^2 + y^2)z^2(x^2 + y^2 + z^2) - 3x^2y^2(x^2 + y^2) \\ &= -3x^2y^2(x^2 + y^2) = 3x^2y^2z^2 \text{ (do } x^2 + y^2 + z^2 = 0) = 3(xyz)^2 = 12\end{aligned}$$

Tương tự ta có :

$$\begin{aligned}x^3 + y^3 + z^3 &= (x + y)^3 + z^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + z^3 \\ &= (x + y + z)^3 - 3(x + y).z.(x + y + z) - 3xy(x + y) = 3xyz = 3.2 = 6 \text{ (do } x + y + z = 0, xyz = 2)\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{x^6 + y^6 + z^6}{x^3 + y^3 + z^3} = \frac{12}{6} = 2.$$