

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  
**HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 3.** Cho tập hợp  $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ , chia tập hợp  $X$  thành hai tập hợp khác rỗng và không có phần tử chung. Chứng minh rằng với mọi cách chia thì luôn tồn tại 3 số  $a, b, c$  trong một tập hợp thỏa mãn  $a + c = 2b$ .

**Lời giải**

Ta chứng minh bằng phương pháp phản chứng. Giả sử không tồn tại tại 3 số  $a, b, c$  trong hai tập hợp thỏa mãn  $a + c = 2b$ . Đặt hai tập hợp đó lần lượt là  $A$  và  $B$ .

Vì trong mỗi tập hợp không tồn tại ba số  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + c = 2b$  nên bộ số  $(1; 5; 9)$  đều không thể cùng thuộc  $A$  hoặc  $B$ .

Không mất tính tổng quát giả sử  $1 \in A$ .

Ta xét hai trường hợp:

TH1:  $9 \in A$ . Suy ra  $5 \in B$ .

Nếu  $7 \in A \Rightarrow 4 \in B$  và  $8 \in B \Rightarrow 3 \in A \Rightarrow 2 \in B \Rightarrow 6 \in A$ , mâu thuẫn do  $(2; 5; 8)$  đều thuộc  $B$ .

Nếu  $7 \in B \Rightarrow 6 \in A$ . Ta xét tiếp hai trường hợp:

$+3 \in A \Rightarrow 2 \in B \Rightarrow 4 \in B$ , mâu thuẫn do  $(3; 6; 9)$  đều thuộc  $A$ .

$+3 \in B$ , mâu thuẫn do  $(3; 5; 7)$  đều thuộc  $B$ .

TH2:  $9 \in B$ . Suy ra  $5 \in A \Rightarrow 3 \in B \Rightarrow 6 \in A \Rightarrow 4 \in B \Rightarrow 7 \in B \Rightarrow 2 \in A$  và  $8 \in A$  mâu thuẫn do  $(2; 5; 8)$  đều thuộc  $B$ .

Vậy trong mọi trường hợp đều tồn tại bộ ba số  $a, b, c$  trong một tập hợp thỏa mãn  $a + c = 2b$ .

**Câu 4.**

a) Giải phương trình  $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 \end{cases}$

HD:

a) Giải phương trình:  $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$  (ĐKXĐ:  $x \neq -2$ )

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{4x^2}{x+2} + \frac{4x^2}{(x+2)^2} + \frac{4x^2}{x+2} - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{2x}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} - 5 = 0 \quad (1)$$

Đặt  $t = \frac{x^2}{x+2}$ , phương trình (1) trở thành:  $t^2 + 4t - 5 = 0 \quad (2)$

Vì  $1 + 4 + (-5) = 0$  nên phương trình (2) có 2 nghiệm  $t_1 = 1; t_2 = -5$

Với  $t_1 = 1$  ta có:

$$\frac{x^2}{x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \quad (3)$$

Vì  $1 - (-1) + (-2) = 0$  nên phương trình (3) có 2 nghiệm  $x_1 = -1$  (tm);  $x_2 = 2$  (tm)

Với  $t_2 = -5$  ta có:

$$\frac{x^2}{x+2} = -5 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 10 = 0 \quad (\text{Vô lí vì } x^2 + 5x + 10 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R})$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là:  $S = \{-1; 2\}$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 & (1) \\ 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Ta có: (2)  $\Leftrightarrow (2x^2 - 2xy) - (xy - y^2) + (x - y) + (2x - y) + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x(x - y) - y(x - y) + (x - y) + (2x - y) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)(2x - y) + (x - y) + (2x - y + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)(2x - y + 1) + (2x - y + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - y + 1)(x - y + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

Thay  $y = 2x + 1$  vào (1) ta được:

$$x^2 + (2x + 1)^2 + x + 2x + 1 = 8 \Leftrightarrow 5x^2 + 7x - 6 = 0 \quad (3)$$

$$\Delta = 7^2 - 4.5.(-6) = 169$$

Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x = \frac{-7 + \sqrt{169}}{2.5} = \frac{3}{5} \\ x = \frac{-7 - \sqrt{169}}{2.5} = -2 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = \frac{3}{5} \Rightarrow y = 2 \cdot \frac{3}{5} + 1 = \frac{11}{5}$$

$$\text{Với } x = -2 \Rightarrow y = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$$

$$\text{Thay } y = x + 1 \text{ vào (1) ta được: } x^2 + (x + 1)^2 + x + x + 1 = 8 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0 \quad (4)$$

$$\text{Vì } 2 + 4 + (-6) = 0 \text{ nên phương trình (4) có 2 nghiệm phân biệt: } x = 1; x = -3$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow y = 2$$

$$\text{Với } x = -3 \Rightarrow y = -2$$

$$\text{Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: } (x; y) \in \left\{ \left( \frac{3}{5}; \frac{11}{5} \right); (-2; -3); (1; 2); (-3; -2) \right\}$$