ÔN THI VÀO 10 MÔN TOÁN
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:..**Ngày học:**..

Câu 6. Cho đường thẳng $(d): y = -2x + m$ và parabol $(P): y = \frac{-1}{2}x^2$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $D(x_1;y_1), E(x_2;y_2)$ sao cho $x_1^2 - 2y_2 = 15$.

HD:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P)

Ta có $\frac{-1}{2}x^2 = -2x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2m = 0$ (1).

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P)

Ta có $\Delta' = 4 - 2m$. Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Rightarrow 4 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 2$ (*)

Với $m < 2$ thì (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $D(x_1;y_1), E(x_2;y_2)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Ta có $D, E \in (P)$ nên $D\left(x_1;\frac{-1}{2}x_1^2\right), E\left(x_2;\frac{-1}{2}x_2^2\right)$.

Theo Vi – ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1.x_2 = 2m \end{cases}$.

Theo đề bài $x_1^2 - 2y_2 = 15 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 15 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 15 \Leftrightarrow 16 - 4m = 15 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$ thỏa mãn (*). Vậy $m = \frac{1}{4}$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $D(x_1;y_1), E(x_2;y_2)$ thỏa mãn $x_1^2 - 2y_2 = 15$.

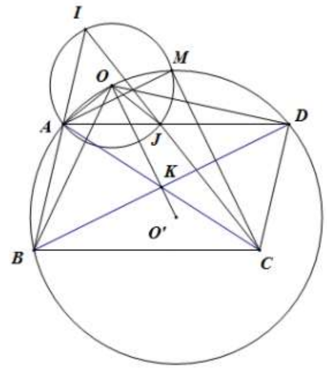
Câu 2. Cho hình bình hành ABCD với A, C cố địnhvà B, D di động. Đường phân giác của góc BCD cắt AB và AD theo thứ tự tại I và J (J nằm giữa A và D). Gọi M là giao điểm khác A của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD và AIJ, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AIJ.

a) Chứng minh AO là phân giác góc IAJ.

b) Chứng minh bốn điểm A, B, D, O cùng thuộc một đường tròn.

c) Tìm đường tròn cố định luôn đi qua M khi B, D di động.

HD:



1) Vì AI // DC (do ABCD là hình bình hành) nên AIJ= DCJ (so le trong)

Vì AJ // BC nên AJI= BCJ (đồng vị)

Mà CJ là phân giác góc BCD nên DCJ= BCJ=> AIJ= AJI ⇒ Δ AIJ cân ở A

Do O là tâm đường tròn ngoại tiếp Δ AIJ cân nên AO là trung trực IJ đồng thời là phân giácgóc IAJ.

2) Vì JD // BC nên DJC= JCB= JCD ⇒ Δ JDC cân tại D

Suy ra JD = DC = AB (do ABCD là hình bình hành)

Ta có OA = OJ (bằng bán kính (O))

Xét Δ OAJ với góc ngoài OJD có:

OJD= AOJ +OAJ =2AIJ+ OAJ= 2DCJ +OAJ= DCB +OAJ=DAB+OAJ=OAB

Xét Δ OAB và Δ OJD có:

$$\begin{cases} OA = OJ(cmt) \\ OAB = OJD(cmt) => \Delta OAB = \Delta OJD(c.g.c) \\ AB = JD(cmt) \end{cases}$$

$=> OBA = ODJ$

⇒ AODB là tứ giác nội tiếp

⇒ A, O, D, B cùng thuộc một đường tròn.

3) Vì Δ OAB = Δ OJD nên OB = OD. Mà O'B = O'D (bằng bán kính (O')) nên OO' làtrung trực của BD.

Gọi K là giao BD và AC ⇒ K là trung điểm BD và AC.

⇒ K ∈ OO'

Vì OA = OM, O'A = O'M nên OO' là trung trực của AM

Mà K ∈ OO' ⇒ KA = KM = KC

⇒ M thuộc đường tròn tâm K bán kính KA, hay đường tròn đường kính AC.

Vậy khi B, D thay đổi, M luôn nằm trên đường tròn đường kính AC.